l'INDUSTRIE NATIONALE, EUGÈNE WOLLMAN adressent des remercîments pour les subventions qui leur ont été attribuées pour leurs recherches, leurs publications ou leurs bibliothèques.

ALGÈBRE. — *Rectification à ma Note* Définition de certains anneaux non commutatifs. Classification des extensions primitives des corps à valuation discrète. Note de M. MARC KRASNER, présentée par M. Jacques Hadamard.

Dans la partie II de ma Note précédente [1], je m'étais servi, pour établir certaines définitions et démontrer certains résultats, d'une proposition que je croyais démontrée par M. Teichmüller. Or M. Teichmüller me fait connaître par une lettre qu'il n'avait démontré cette proposition que dans un cas particulier et me communique des contre-exemples qui prouvent qu'elle n'est pas exacte dans des hypothèses aussi générales que celles de ma Note. Pourtant, cette proposition reste valable dans des cas assez larges, en particulier dans celui où $\mathfrak{O}/\mathfrak{o}$ est séparable et dans celui où K/k n'est pas ramifié, et pour ces cas, les définitions et les résultats de ma Note subsistent intégralement.

Mais aussi, dans le cas général, je n'employais la proposition que je croyais être due à M. Feichmüller que pour séparer les phénomènes dus à la non-séparabilité de $\mathfrak{O}/\mathfrak{o}$ de ceux dus à la ramification de l'idéal $\mathfrak{p}$ de k dans K. Une telle séparation (du point de vue de la théorie exposée dans ma Note) ne peut pas être réalisée dans le cas le plus général, mais, cependant, l'essentiel des résultats de ma Note subsiste. Il faut pour cela modifier comme il suit les définitions et les résultats :

Conservons la notation de ma Note citée. Précisons (ce que j'avais négligé de faire explicitement dans ma Note) que K/k est séparable. Soit $\sigma \in G_{K/k}$.

Posons

$$v'(\sigma) = \min[\omega(\sigma\alpha - \alpha)]\ [\alpha \in K,\ \omega(\alpha) \geq 0],$$

$$v''(\sigma) = \max[\omega(\sigma\alpha - \alpha)] - 1\ [\alpha \in K,\ \omega(\alpha) = 1], \qquad v(\sigma) = \min[v'(\sigma),\ v''(\sigma)].$$

On peut prouver qu'il existe un nombre $\rho \in K$, $\omega(\rho) = 0$, tel que $\omega(\sigma\rho - \rho) = v'(\sigma)$, si $v'(\sigma) \leq v''(\sigma)$; et que, pour tout $\pi \in K$ tel que $\omega(\pi) = 1$, on a $\omega(\sigma\pi - \pi) - 1 = v''(\sigma)$, si $v''(\sigma) \leq v'(\sigma)$.

Ceci posé, soient $v_1 < v_2 < \ldots < v_{m-1} < v_m = +\infty$ toutes les valeurs

---

[1] *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 772-775.

positives prises par $v(\sigma)$ quand σ parcourt $G_{K/k}$. Posons, de plus, $v_{-1}=0$. Désignons par $\overset{(q)}{V}{}'(q=-1, 0, \ldots, m)$ l'ensemble de tous les $\sigma \in G_{K/k}$, tels que $v(\sigma) \geqq v_q$; et désignons par $\overset{(q)}{V}{}''$ l'ensemble de tous les $\sigma \in G_{K/k}$, tels que $v(\sigma) \geqq v_q$ et $v'(\sigma) > v_q$. Soient n'_q, n''_q les nombres d'éléments des $\overset{(q)}{V}{}'$, $\overset{(q)}{V}{}''$.

On peut prouver que le dénominateur de $n'_{q+1}v_q$ est premier à p.

Soit ψ_q le plus petit nombre ψ tel que $n'_{q+1}v_q(p^{\psi}-1)$ soit entier.

Soit $\sigma \in \overset{(q)}{V}{}'(q \geqq 0)$. Désignons par M'_q l'ensemble de toutes les classes de restes contenant un $(\sigma\rho-\rho):\pi^{v_q}$ [pour un $\pi \in K$, $\omega(\pi)=1$, fixe]. On peut montrer que M'_q est un module d'espèce (O, ψ_q). Soit $\sigma \in \overset{(q)}{V}{}''_{(q \geqq 0)}$, et soit π un nombre de K, tel que $\omega(\pi)=1$. Soit M''_q l'ensemble de toutes les classes de restes contenant un $(\sigma\pi-\pi):\pi^{1+v_q}$. M''_q est aussi un module du type (O, ψ_q).

Théorème I. — *Pour tout* $q=-1, 0, 1, \ldots, m-1$ *il existe un corps* K'_q *et un corps* K''_q, *tels que* $G_{K/K'_q}=\overset{(q)}{V}{}'$ *et* $G_{K/K''_q}=\overset{(q)}{V}{}''$ (d'ailleurs, K'_m existe aussi et est K). $K'_{-1}=k$. K''_{-1}/k *n'est pas ramifié, son corps de restes est* O^*/o, *et* $(K''_{-1}:k)=(O^*:o)$. K'_0/K''_{-1} *est complètement ramifié et* $(K'_0:K''_{-1})$ *est premier à p. Si* $O \leqq q < m$, $(K''_q:K'_q)$ *est égal au nombre d'éléments de* M'_q, *et* $(K'_{q+1}:K''_q)$ *à celui de* M''_q; $(K''_q:K'_q)$ *et* $(K'_{q+1}:K''_q)$ *sont puissances de* p^{ψ_q}, *et les corps des restes des* K''_q/K'_q *et* K'_{q+1}/K''_q *sont complètement non séparables. Si* O/o *est séparable, pour tout* $q \geqq 0$, *on a* $K'_q=K''_q$ (on notera alors ce corps K_q).

Théorème II. — *Une extension* (*séparable*) K/k *est primitive si, et seulement si elle se trouve dans un des cas suivants :* 1° $K=K''_{-1}$ *et* $O/o=O^*/o$ *est une extension primitive*; 2° $K=K'_0$, $K''_{-1}=k$ *et* $(K:k)$ *est premier* (*manifestement autre que p*); 3° $K=K'_1$, $K'_0=k$ *et* $K''_0=K$ *et* M'_0 *est simple ou* $K''_0=k$ *et* M''_0 *est simple. Alors* $(K:k)$ *est une puissance de p.*

Dans le cas 1°, K/k n'est pas ramifié et O/o est séparable. Dans le cas 2°, K/k est complètement ramifié. Dans le cas 3°, O/o est complètement non séparable si $O \neq o$.

Si K est une extension non séparable de k, K/k est primitive si, et seulement si $(K:k)=p$. Alors K/k est complètement non séparable et ou bien O/o l'est aussi, ou bien K/k est complètement ramifié. Dans le théorème IV de ma Note citée, il faut remplacer l'hypothèse $K_{-1}=k$ par l'hypothèse que K/k *est complètement ramifié* (on n'a pas besoin, d'ailleurs, de le supposer séparable). D'ailleurs, si O est engendré par l'adjonction d'un champ de Galois à o, le théorème reste vrai sans faire cette hypothèse.