L'égalité sur laquelle tu bases ton approche est de la forme

$$X_d(n) - X_a(n) = E(n/4) - \Pi(n) + \delta(n) \tag{1}$$

où $\delta(n)$ est un petit terme d'erreur majoré par 2. Ici n est un entier pair $X_d(n)$ est le nombre de décompositions en somme de deux décomposables impairs et $X_a(n)$ en somme de deux nombres premiers (impairs). J'ai d'abord vérifié avec l'ordi que c'est bien vrai et en fait le $\delta(n)$ vaut bien 0, 1 où 2. J'ai bien compris aussi ce que tu essayes de faire dans les sections 6.5 et 6.6.

Mais je crois avoir compris la raison de l'égalité (1) et pourquoi on ne peut rien en conclure. En effet, pour n fixé, soit J l'ensemble des nombres impairs entre 1 et $n/2$ et considérons les deux sous-ensembles de J :

$$P = \{j \in J \mid j \textit{ premier}\}, \quad Q = \{j \in J \mid n - j \textit{ premier}\}$$

Alors je prétends que (1) résulte du fait très général sur des sous-ensembles quelconques et les cardinalités d'intersection et réunion :

$$\#(P \cup Q) + \#(P \cap Q) = \#(P) + \#(Q) \tag{2}$$

Ici (en négligeant les cas limites qui contribuent à $\delta(n)$) on voit que

(1) $\#(P \cap Q)$ correspond à $X_a(n)$.
(2) $\#(P \cup Q)$ correspond à $E(n/4) - X_d(n)$.
(3) $\#(P) + \#(Q)$ correspond à $\Pi(n)$.

On a donc une preuve très simple de (1) comme conséquence de (2). (Je ne me suis pas préoccupé des cas limites mais ils ne contribuent au plus que par un 2, ce qui explique la présence du $\delta(n)$).

Mais on voit que dans le cas crucial qui est celui où P et Q sont disjoints on n'apprend rien à partir de (1).