1 Espace, distances et conjecture de Goldbach
(Denise Chemla, 15 juillet 2013)

La lecture de ces textes de physique m'amène à choisir la représentation suivante, qui semble la plus pertinente pour trouver les décomposants de Goldbach d'un nombre pair $2n$ donné qui sont supérieurs à $\lfloor\sqrt{2n}\rfloor$.

On représente chaque nombre p de 1 à n par le n-uplet de ses restes $X_{p,m}$ dans des divisions euclidiennes par les nombres premiers m inférieurs ou égaux $\sqrt{2n}$.

On définit deux distances dont on fera le produit (voir tableau en fin de note) :

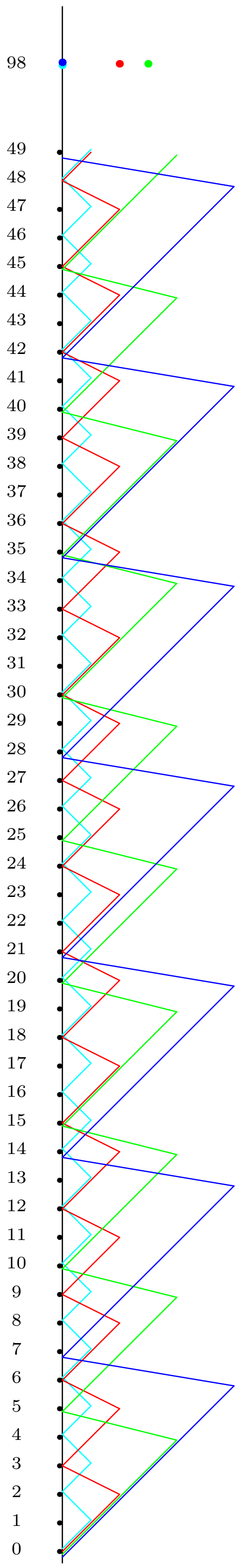
- une "distance à 0" : $d1(p,0) = \displaystyle\prod_{m=2}^{m=\lfloor\sqrt{2n}\rfloor} X_{p,m}$;
- une "distance à $2n$" : $d2(p,2n) = \displaystyle\prod_{m=2}^{m=\lfloor\sqrt{2n}\rfloor} (X_{2n,m} - X_{p,m})^{2*}$.

On cherche un nombre qui ne soit ni "synchrone à 0" (pour être premier), ni "synchrone à $2n$" (pour que son complémentaire à $2n$ soit premier aussi).

On peut voir, de très loin, une analogie entre la notion d'intrication quantique et le fait que le reste $X_{2n-p,m}$ est totalement lié au reste $X_{p,m}$.

On peut également voir une analogie entre cette manière de présenter le problème de Goldbach binaire et le paradoxe des jumeaux d'Einstein, chacun ayant sa propre horloge temporelle ; on peut considérer qu'on a de multiples horloges temporelles (les horloges modulaires de Gauss) de "durées" les différents nombres premiers inférieurs à $\sqrt{2n}$ que l'on pourrait représenter sur le dessin ci-dessous :

[*] On note $d2(p,2n,m)$ la distance de p à $2n$ dans la division euclidienne par m qui vaut $(X_{2n,m} - X_{p,m})^2$.


98
49
48
47
46
45
44
43
42
41
40
39
38
37
36
35
34
33
32
31
30
29
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0

Les distances choisies, qui paraissent pertinentes pour déterminer les décomposants de Goldbach, nous placent dans une géométrie qui semble très simple ; cependant, ces distances ne sont pas euclidiennes.

p	$X_{p,2}$	$X_{p,3}$	$X_{p,5}$	$X_{p,7}$	$d1(p,0)$	$d2(p,98,2)$	$d2(p,98,3)$	$d2(p,98,5)$	$d2(p,98,7)$	$d2(p,98)$	DG
1	1	1	1	1	$\neq 0$	1	1	4	1	$\neq 0$	
2	0	2	2	2	0	0	0	1	4	0	
3	1	0	3	3	0	1	4	0	9	0	
4	0	1	4	4	0	0	1	1	16	0	
5	1	2	0	5	0	1	0	9	25	0	
6	0	0	1	6	0	0	4	4	36	0	
7	1	1	2	0	0	1	1	1	0	0	
8	0	2	3	1	0	0	0	0	1	0	
9	1	0	4	2	0	1	4	1	4	$\neq 0$	
10	0	1	0	3	0	0	1	9	9	0	
11	1	2	1	4	$\neq 0$	1	0	4	16	0	
12	0	0	2	5	0	0	4	1	25	0	
13	1	1	3	6	$\neq 0$	1	1	0	36	0	
14	0	2	4	0	0	0	0	1	0	0	
15	1	0	0	1	0	1	4	9	1	$\neq 0$	
16	0	1	1	2	0	0	1	4	4	0	
17	1	2	2	3	$\neq 0$	1	0	1	9	0	
18	0	0	3	4	0	0	4	0	16	0	
19	1	1	4	5	$\neq 0$	1	1	1	25	$\neq 0$	$*$
20	0	2	0	6	0	90	0	9	36	0	
21	1	0	1	0	0	1	4	4	0	0	
22	0	1	2	1	0	0	1	1	1	0	
23	1	2	3	2	$\neq 0$	1	0	0	4	0	
24	0	0	4	3	0	0	4	1	9	0	
25	1	1	0	4	0	1	1	9	16	$\neq 0$	
26	0	2	1	5	0	0	0	4	25	4	
27	1	0	2	6	0	1	4	1	36	$\neq 0$	
28	0	1	3	0	0	0	1	0	0	0	
29	1	2	4	1	$\neq 0$	1	0	1	1	0	
30	0	0	0	2	0	0	4	9	4	0	
31	1	1	1	3	$\neq 0$	1	1	4	9	$\neq 0$	$*$
32	0	2	2	4	0	0	0	1	16	0	
33	1	0	3	5	0	1	4	0	25	0	
34	0	1	4	6	0	0	1	1	36	0	
35	1	2	0	0	0	1	0	9	0	0	
36	0	0	1	1	0	0	4	4	1	0	
37	1	1	2	2	$\neq 0$	1	1	1	4	$\neq 0$	$*$
38	0	2	3	3	0	0	0	0	9	0	
39	1	0	4	4	0	1	4	1	16	$\neq 0$	
40	0	1	0	5	0	0	1	9	25	0	
41	1	2	1	6	$\neq 0$	1	0	4	36	0	
42	0	0	2	0	0	0	4	1	0	0	
43	1	1	3	1	$\neq 0$	1	1	0	1	0	
44	0	2	4	2	0	0	0	1	4	0	
45	1	0	0	3	0	1	4	9	9	$\neq 0$	
46	0	1	1	4	0	0	1	4	16	0	
47	1	2	2	5	$\neq 0$	1	0	1	25	0	
48	0	0	3	6	0	0	4	0	36	0	
49	1	1	4	0	0	1	1	1	0	0	
98	0	2	3	0						0	