Algorithme de calcul des décomposants de Goldbach utilisant des mots binaires

Denise Vella-Chemla

May 3, 2009

- 2x est le nombre pair dont on cherche un décomposant de Goldbach.

- 2x est le nombre pair dont on cherche un décomposant de Goldbach.
- $m = \lfloor \frac{\frac{x}{2} - 1}{2} \rfloor$

- 2x est le nombre pair dont on cherche un décomposant de Goldbach.
- $m = \lfloor \frac{\frac{x}{2}-1}{2} \rfloor$
- pour i allant de 1 à m de 1 en 1

- 2x est le nombre pair dont on cherche un décomposant de Goldbach.
- $m = \lfloor \frac{\frac{x}{2}-1}{2} \rfloor$
- pour i allant de 1 à m de 1 en 1
-     si (x mod 4i+2 = 2i+1) alors mot(2x,i) = (1)(0^{2^i})

- 2x est le nombre pair dont on cherche un décomposant de Goldbach.
- $m = \lfloor \frac{\frac{x}{2}-1}{2} \rfloor$
- pour i allant de 1 à m de 1 en 1
-     si (x mod 4i+2 = 2i+1) alors mot(2x,i) = $(1)(0^{2i})$
-     sinon si (x mod 4i+2 = 0) alors mot(2x,i) = $(0^{i})(1)(0^{i})$

- 2x est le nombre pair dont on cherche un décomposant de Goldbach.
- $m = \lfloor \frac{\frac{x}{2}-1}{2} \rfloor$
- pour i allant de 1 à m de 1 en 1
-     si (x mod 4i+2 = 2i+1) alors mot(2x,i) = $(1)(0^{2i})$
-     sinon si (x mod 4i+2 = 0) alors mot(2x,i) = $(0^{i})(1)(0^{i})$
-     sinon pour j allant de 2 à 4i de 2 en 2

- 2x est le nombre pair dont on cherche un décomposant de Goldbach.
- $m = \lfloor \frac{\frac{x}{2}-1}{2} \rfloor$
- pour i allant de 1 à m de 1 en 1
-     si (x mod 4i+2 = 2i+1) alors mot(2x,i) = $(1)(0^{2i})$
-     sinon si (x mod 4i+2 = 0) alors mot(2x,i) = $(0^{i})(1)(0^{i})$
-     sinon pour j allant de 2 à 4i de 2 en 2
-         si (2x mod 8i+4 = j) ou (2x mod 8i+4 = 8i+4-j) alors

- 2x est le nombre pair dont on cherche un décomposant de Goldbach.
- $m = \lfloor \frac{\frac{x}{2}-1}{2} \rfloor$
- pour i allant de 1 à m de 1 en 1
- si (x mod 4i+2 = 2i+1) alors mot(2x,i) = $(1)(0^{2i})$
- sinon si (x mod 4i+2 = 0) alors mot(2x,i) = $(0^{i})(1)(0^{i})$
- sinon pour j allant de 2 à 4i de 2 en 2
- si (2x mod 8i+4 = j) ou (2x mod 8i+4 = 8i+4-j) alors
- si (x mod 2 = 0) alors

- 2x est le nombre pair dont on cherche un décomposant de Goldbach.
- $m = \lfloor \frac{\frac{x}{2}-1}{2} \rfloor$
- pour i allant de 1 à m de 1 en 1
-     si (x mod 4i+2 = 2i+1) alors mot(2x,i) = $(1)(0^{2i})$
-     sinon si (x mod 4i+2 = 0) alors mot(2x,i) = $(0^{i})(1)(0^{i})$
-     sinon pour j allant de 2 à 4i de 2 en 2
-         si (2x mod 8i+4 = j) ou (2x mod 8i+4 = 8i+4-j) alors
-             si (x mod 2 = 0) alors
-                 mot(2x,i) = $(0^{i-\frac{j}{4}})(1)(0^{\frac{j}{2}-1})(1)(0^{i-\frac{j}{4}})$

- 2x est le nombre pair dont on cherche un décomposant de Goldbach.
- $m = \lfloor \frac{\frac{x}{2}-1}{2} \rfloor$
- pour i allant de 1 à m de 1 en 1
- si (x mod 4i+2 = 2i+1) alors mot(2x,i) = $(1)(0^{2i})$
- sinon si (x mod 4i+2 = 0) alors mot(2x,i) = $(0^{i})(1)(0^{i})$
- sinon pour j allant de 2 à 4i de 2 en 2
- si (2x mod 8i+4 = j) ou (2x mod 8i+4 = 8i+4-j) alors
- si (x mod 2 = 0) alors
- mot(2x,i) = $(0^{i-\frac{j}{4}})(1)(0^{\frac{j}{2}-1})(1)(0^{i-\frac{j}{4}})$
- sinon

- 2x est le nombre pair dont on cherche un décomposant de Goldbach.
- $m = \lfloor \frac{\frac{x}{2}-1}{2} \rfloor$
- pour i allant de 1 à m de 1 en 1
-     si (x mod 4i+2 = 2i+1) alors mot(2x,i) = $(1)(0^{2i})$
-     sinon si (x mod 4i+2 = 0) alors mot(2x,i) = $(0^{i})(1)(0^{i})$
-     sinon pour j allant de 2 à 4i de 2 en 2
-         si (2x mod 8i+4 = j) ou (2x mod 8i+4 = 8i+4-j) alors
-             si (x mod 2 = 0) alors
-                 mot(2x,i) = $(0^{i-\frac{j}{4}})(1)(0^{\frac{j}{2}-1})(1)(0^{i-\frac{j}{4}})$
-             sinon
-                 mot(2x,i) =

- 2x est le nombre pair dont on cherche un décomposant de Goldbach.
- $m = \lfloor \frac{\frac{x}{2}-1}{2} \rfloor$
- pour i allant de 1 à m de 1 en 1
- si (x mod 4i+2 = 2i+1) alors mot(2x,i) = $(1)(0^{2i})$
- sinon si (x mod 4i+2 = 0) alors mot(2x,i) = $(0^{i})(1)(0^{i})$
- sinon pour j allant de 2 à 4i de 2 en 2
- si (2x mod 8i+4 = j) ou (2x mod 8i+4 = 8i+4-j) alors
- si (x mod 2 = 0) alors
- mot(2x,i) = $(0^{i-\frac{j}{4}})(1)(0^{\frac{j}{2}-1})(1)(0^{i-\frac{j}{4}})$
- sinon
- mot(2x,i) =
- $(0)(0^{i-\frac{j}{4}-1})(1)(0^{\frac{j}{2}-1})(1)(0^{i-\frac{j}{4}-1})$

Voici les mots associés au nombre pair 78.
Ils sont au nombre de 19 (le nombre d'impairs inférieurs ou égaux à 39).

100
00110
0010010
000100100
00010000100
1000000000000
000100000000100
00000010000100000
0000000001100000000
000000000100100000000
00000000100000010000000
0000000100000000001000000
000000100000000000000100000
00000100000000000000000010000
0000100000000000000000000001000
000100000000000000000000000000100
00100000000000000000000000000000010
0100000000000000000000000000000000001
100000000000000000000000000000000000000

- *rappel* : m est le nombre de nombres impairs inférieurs à x, la moitié de $2x$, le nombre pair dont on cherche les décomposants de Goldbach.

- *rappel* : m est le nombre de nombres impairs inférieurs à x, la moitié de $2x$, le nombre pair dont on cherche les décomposants de Goldbach.
- L'étape suivante consiste à mettre ces mots dans une matrice carrée de taille $m \times m$, dans l'ordre dans lequel on les a trouvés, en effectuant ce qu'on appellera la "complétion" des mots.

- *rappel* : m est le nombre de nombres impairs inférieurs à x, la moitié de $2x$, le nombre pair dont on cherche les décomposants de Goldbach.
- L'étape suivante consiste à mettre ces mots dans une matrice carrée de taille $m \times m$, dans l'ordre dans lequel on les a trouvés, en effectuant ce qu'on appellera la “complétion” des mots.
- L'opération de multiplication qu'on utilise sur deux mots est la *concaténation* des mots. On peut ainsi parler de *puissance* quand on concatène plusieurs fois un même mot.

- *rappel* : m est le nombre de nombres impairs inférieurs à x, la moitié de $2x$, le nombre pair dont on cherche les décomposants de Goldbach.
- L'étape suivante consiste à mettre ces mots dans une matrice carrée de taille $m \times m$, dans l'ordre dans lequel on les a trouvés, en effectuant ce qu'on appellera la "complétion" des mots.
- L'opération de multiplication qu'on utilise sur deux mots est la *concaténation* des mots. On peut ainsi parler de *puissance* quand on concatène plusieurs fois un même mot.
- Si le mot est trop long, on met dans la bonne ligne de la matrice son préfixe de m lettres ;

- *rappel* : m est le nombre de nombres impairs inférieurs à x, la moitié de $2x$, le nombre pair dont on cherche les décomposants de Goldbach.
- L'étape suivante consiste à mettre ces mots dans une matrice carrée de taille $m \times m$, dans l'ordre dans lequel on les a trouvés, en effectuant ce qu'on appellera la "complétion" des mots.
- L'opération de multiplication qu'on utilise sur deux mots est la *concaténation* des mots. On peut ainsi parler de *puissance* quand on concatène plusieurs fois un même mot.
- Si le mot est trop long, on met dans la bonne ligne de la matrice son préfixe de m lettres ;
- Si le mot est trop court, on prend le préfixe de m lettres d'une puissance du mot qui a plus de m lettres.

Pour le nombre pair 78, la matrice ainsi obtenue est :

1001001001001001001

0011000110001100011

0010010001001000100

0001001000001001000

0001000010000010000

1000000000000100000

0001000000001000001

0000001000010000000

0000000001100000000

0000000001001000000

0000000010000001000

0000000100000000001

0000001000000000000

0000010000000000000

0000100000000000000

0001000000000000000

0010000000000000000

0100000000000000000

1000000000000000000

- On lit maintenant les mots dans les colonnes de la matrice au lieu de les lire dans les lignes.

- On lit maintenant les mots dans les colonnes de la matrice au lieu de les lire dans les lignes.
- L'un des mots (celui de la colonne *colonne*) ne contient qu'un seul 1, situé sur une ligne bien précise : la ligne *ligne* telle que $ligne + colonne = m + 1$.

- On lit maintenant les mots dans les colonnes de la matrice au lieu de les lire dans les lignes.
- L'un des mots (celui de la colonne *colonne*) ne contient qu'un seul 1, situé sur une ligne bien précise : la ligne *ligne* telle que $ligne + colonne = m + 1$.
- La bijection colonne/décomposant de Goldbach s'effectue de la manière suivante :

  si (x mod 2 = 1) impair = x+2-2.colonne
  sinon impair = x+1-2.colonne
  si ((impair = x) ou (2x mod impair $\neq 0$*))*
  alors impair est un décomposant de Goldbach de 2x.

Pour le nombre pair 78, les colonnes de la matrice qui conviennent sont :

1001001001001001001

0011000110001100011

0010010001001000100

0001001000001001000

0001000010000010000

1000000000000100000

0001000000001000001

0000001000010000000

0000000001100000000

0000000001001000000

0000000010000001000

0000000100000000001

0000001000000000000

0000010000000000000

0000100000000000000

0001000000000000000

0010000000000000000

0100000000000000000

1000000000000000000

A la colonne 2	correspond le nombre premier	37 $(78 = 37+41)$.
5		31 $(78 = 31+47)$
11		19 $(78 = 19+59)$
12		17 $(78 = 17+61)$
15		11 $(78 = 11+67)$
17		7 $(78 = 7+71)$
18		5 $(78 = 5+73)$

Je crois que la conjecture de Goldbach est vraie car les restes modulaires de 2x modulo les $8i + 4$ (qui sont les nombres 6, 10, 14, 18, etc) sont soit tous pairs, soit tous impairs et que c'est ce qui garantit qu'une colonne au moins ne contient qu'un seul 1 sur la diagonale ascendante.