Méthode constructive pour trouver les décomposants de Goldbach d'un nombre pair ou les couples de nombres premiers jumeaux

Denise Vella-Chemla

1/9/2012

1 Introduction

Dans cette note, on présente une méthode constructive qui permet de trouver les décomposants de Goldbach d'un nombre pair ou bien les nombres pairs entre deux nombres premiers jumeaux en utilisant le théorème des restes chinois.

Pour trouver certains décomposants de Goldbach de x, on s'intéresse aux nombres de l'intervalle de nombres $[1, A]$ où A est le produit des nombres premiers compris entre 2 et $\lfloor\sqrt{x}\rfloor$: on élimine de l'intervalle $[1, A]$ tout nombre y qui aurait un reste nul selon un module premier inférieur à $\lfloor\sqrt{x}\rfloor$ (quitte à éliminer ce faisant de petits nombres premiers inférieurs à $\sqrt{x}$ qui pourraient cependant être des décomposants de Goldbach de x). On élimine également tout nombre qui partagerait un reste modulaire avec x selon un module premier inférieur à $\lfloor\sqrt{x}\rfloor$, ce qui aurait pour conséquence que son complémentaire à x serait composé. Il faut enfin s'assurer de l'appartenance du nombre à un certain intervalle pour qu'il soit solution.

Tous les nombres "atteints" par cette méthode n'ont aucun diviseur premier inférieur à $\sqrt{x}$. Si l'on pouvait être assuré que cette méthode permet à tout coup d'atteindre un nombre inférieur à $x/2$, ce nombre n'ayant pas de diviseur inférieur à $\sqrt{x}$ serait premier. De plus, comme il ne partagerait aucun reste avec x, son complémentaire à x serait premier également, ce qui ferait de lui un décomposant de Goldbach de x. Malheureusement, on verra qu'on n'arrive pas pour l'instant à assurer l'appartenance des nombres trouvés à certains intervalles d'entiers.

Pour trouver certains nombres pairs éventuellement compris entre deux nombres premiers jumeaux, on procède de la même manière en se plaçant sur un intervalle $[1, A]$. On élimine cette fois tout nombre qui aurait un reste égal à 1 de façon à ce que le nombre qui le précède n'ait aucun reste nul selon un module qui lui serait inférieur, ce qui l'empêcherait d'être premier. On élimine également tout nombre qui aurait un reste valant $p_k - 1$ selon un module quelconque p_k de façon à ce que le nombre qui le suit n'ait pas de reste nul selon le module p_k en question, ce qui pourrait l'empêcherait d'être premier. Il faut enfin s'assurer de l'appartenance du nombre à un certain intervalle pour qu'il soit solution.

2 Bases modulaires et familles génératrices utilisées dans l' application du théorème des restes chinois

Pour les nombres pairs compris entre 10 et 24 (i.e. compris entre le carré de 3 et le carré de 5), on prendra le couple $(2, 3)$ comme base modulaire. On devra alors utiliser comme famille génératrice le couple $(3, 4)$ car $3 = 1 \times 3$ est congru à 1 ($mod\ 2$) et $4 = 2 \times 2$ est congru à 1 ($mod\ 3$) pour trouver les combinaisons linéaires fournies par le théorème des restes chinois. On peut en quelque sorte considérer que le nombre 3 est le "vecteur" $(1, 0)$ tandis que le nombre 4 est le "vecteur" $(0, 1)$.

Pour les nombres pairs compris entre 26 et 48 (i.e. compris entre le carré de 5 et le carré de 7), on prendra comme base modulaire de nombres premiers le triplet $(2,3,5)$. On devra utiliser comme famille génératrice le triplet $(15,10,6)$ car $15 = 1 \times 3 \times 5$ est congru à 1 $(mod\ 2)$, $10 = 1 \times 2 \times 5$ est congru à 1 $(mod\ 3)$ et $6 = 1 \times 2 \times 3$ est congru à 1 $(mod\ 5)$. Comme au paragraphe précédent, on peut considérer que $15 = (1,0,0)$, $10 = (0,1,0)$ et $6 = (0,0,1)$.

Pour les nombres pairs compris entre 50 et 120 (i.e. compris entre le carré de 7 et le carré de 11), on prendra comme base modulaire de nombres premiers le quadruplet $(2,3,5,7)$, on utilise comme famille génératrice le quadruplet $(105,70,126,120)$ car $105 = 1 \times 3 \times 5 \times 7$ est congru à 1 $(mod\ 2)$, $70 = 1 \times 2 \times 5 \times 7$ est congru à 1 $(mod\ 3)$, $126 = 3 \times 2 \times 3 \times 7$ est congru à 1 $(mod\ 5)$ et $120 = 4 \times 2 \times 3 \times 5$ est congru à 1 $(mod\ 7)$.

Pour trouver les décomposants de Goldbach de x, seront générés par la méthode

$$\prod_{\substack{p_k\ premier \\ p_k \nmid x \\ 3 \leq p_k \leq \lfloor \sqrt{x} \rfloor}} (p_k - 2) \prod_{\substack{p_k\ premier \\ p_k | x \\ 3 \leq p_k \leq \lfloor \sqrt{x} \rfloor}} (p_k - 1)$$

nombres entiers dont seule l'appartenance à certains intervalles d'entiers assurera qu'ils sont effectivement des décomposants de Goldbach du nombre pair x considéré.

Pour la conjecture des nombres premiers jumeaux, p étant un nombre premier impair donné, seront générés par la méthode d'élimination systématique des restes 1 ou $p_k - 1$ (on travaille de manière “absolue” plutôt que “relativement à” x)

$$\prod_{5 \leq p_k \leq p} (p_k - 2)$$

nombres pairs dont seule l'appartenance à certains intervalles d'entiers assurera qu'ils sont effectivement des nombres pairs entre deux nombres premiers jumeaux. On cherchera à trouver un nouveau couple de nombres premiers jumeaux entre une primorielle* et la suivante, de façon à mettre en bijection l'infinité de l'ensemble des nombres premiers prouvée par Euclide et l'infinité de l'ensemble des nombres premiers jumeaux.

3 Calcul de décomposants de Goldbach

Dans les tableaux ci-après, on fournit l'écriture par les restes, la combinaison linéaire, la classe d'équivalence fournie par le théorème des restes chinois modulo le produit de nombres premiers de la base modulaire utilisée et le fait que ce nombre soit décomposant de Goldbach du nombre pair considéré.

3.1 Décomposants de Goldbach de nombres pairs compris entre 10 et 24

Pour trouver certains décomposants de Goldbach des nombres pairs compris entre $10 = 3^2+1$ et $24 = 5^2-1$, on utilise la base modulaire $(2,3)$, la famille génératrice $(3,4)$ et on travaille modulo $6 = 2 \times 3$.

On note dans un tableau les vecteurs éventuellement solutions car jamais congrus à 0 ou à x selon aucun module de la base, la combinaison linéaire correspondante, le nombre inférieur à 6 de mêmes classes d'équivalence sur les corps finis et d'une croix dans la dernière colonne si le nombre de la troisième colonne est décomposant de Goldbach du nombre pair considéré.

- $x = 10 = (0,1)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 6)$	*décomp. de Goldbach de x*
$(1,2)$	$1 \times 3 + 2 \times 4 = 11$	5	$*$

*On appelle primorielle d'un nombre premier p le produit de tous les nombres premiers inférieurs ou égaux à p.

- $x = 12 = (0, 0)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 6)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 1)$	$1 \times 3 + 1 \times 4 = 7$	1	
$(1, 2)$	$1 \times 3 + 2 \times 4 = 11$	5	$*$

- $x = 14 = (0, 2)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 6)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 1)$	$1 \times 3 + 1 \times 4 = 7$ $(*)$	1	

- $x = 16 = (0, 1)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 6)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 2)$	$1 \times 3 + 2 \times 4 = 11$	5	$*$

- $x = 18 = (0, 0)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 6)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 1)$	$1 \times 3 + 1 \times 4 = 7$	1	
$(1, 2)$	$1 \times 3 + 2 \times 4 = 11$	5	$*$

- $x = 20 = (0, 2)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 6)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 1)$	$1 \times 3 + 2 \times 4 = 7$ $(*)$	1	

- $x = 22 = (0, 1)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 6)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 2)$	$1 \times 3 + 2 \times 4 = 11$	5	$*$

- $x = 24 = (0, 0)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 6)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 1)$	$1 \times 3 + 1 \times 4 = 7$	1	
$(1, 2)$	$1 \times 3 + 2 \times 4 = 11$	5	$*$

3.2 Décomposants de Goldbach de nombres pairs compris entre 26 et 48

Pour trouver certains décomposants de Goldbach des nombres pairs compris entre $26 = 5^2+1$ et $48 = 7^2-1$, on utilise la base modulaire $(2, 3, 5)$, la famille génératrice $(15, 10, 6)$ et on travaille modulo $30 = 2 \times 3 \times 5$.

On note dans un tableau les vecteurs éventuellement solutions car jamais congrus à 0 ou à x selon aucun module de la base, la combinaison linéaire correspondante, le nombre inférieur à 30 de mêmes classes d'équivalence sur les corps finis et d'une croix dans la dernière colonne si le nombre de la troisième colonne est décomposant de Goldbach du nombre pair considéré.

- $x = 26 = (0, 2, 1)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 30)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 1, 2)$	$1 \times 15 + 1 \times 10 + 2 \times 6 = 37$	7	$*$
$(1, 1, 3)$	$1 \times 15 + 1 \times 10 + 3 \times 6 = 43$	13	$*$
$(1, 1, 4)$	$1 \times 15 + 1 \times 10 + 4 \times 6 = 49$	19	$*$

- $x = 28 = (0, 1, 3)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 30)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 2, 1)$	$1 \times 15 + 2 \times 10 + 1 \times 6 = 41$	11	$*$
$(1, 2, 2)$	$1 \times 15 + 2 \times 10 + 2 \times 6 = 47$	17	$*$
$(1, 2, 4)$	$1 \times 15 + 2 \times 10 + 4 \times 6 = 59$	29	

- $x = 30 = (0,0,0)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 30)$	*décomp. de Goldbach de x*
$(1,1,1)$	$1\times15+1\times10+1\times6=31$	1	
$(1,1,2)$	$1\times15+1\times10+2\times6=37$	7	$*$
$(1,1,3)$	$1\times15+1\times10+3\times6=43$	13	$*$
$(1,1,4)$	$1\times15+1\times10+4\times6=49$	19	$*$
$(1,2,1)$	$1\times15+2\times10+1\times6=41$	11	$*$
$(1,2,2)$	$1\times15+2\times10+2\times6=47$	17	$*$
$(1,2,3)$	$1\times15+2\times10+3\times6=53$	23	$*$
$(1,2,4)$	$1\times15+2\times10+4\times6=59$	29	

- $x = 32 = (0,2,2)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 30)$	*décomp. de Goldbach de x*
$(1,1,1)$	$1\times15+1\times10+1\times6=31$	1	
$(1,1,3)$	$1\times15+1\times10+3\times6=43$	13	$*$
$(1,1,4)$	$1\times15+1\times10+4\times6=49$	19	$*$

- $x = 34 = (0,1,4)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 30)$	*décomp. de Goldbach de x*
$(1,2,1)$	$1\times15+2\times10+1\times6=41$	11	$*$
$(1,2,2)$	$1\times15+2\times10+2\times6=47$	17	$*$
$(1,2,3)$	$1\times15+2\times10+3\times6=53$	23	$*$

- $x = 36 = (0,0,1)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 30)$	*décomp. de Goldbach de x*
$(1,1,2)$	$1\times15+1\times10+2\times6=37$	7	$*$
$(1,1,3)$	$1\times15+1\times10+3\times6=43$	13	$*$
$(1,1,4)$	$1\times15+1\times10+4\times6=49$	19	$*$
$(1,2,2)$	$1\times15+2\times10+2\times6=47$	17	$*$
$(1,2,3)$	$1\times15+2\times10+3\times6=53$	23	$*$
$(1,2,4)$	$1\times15+2\times10+4\times6=59$	29	$*$

- $x = 38 = (0,2,3)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 30)$	*décomp. de Goldbach de x*
$(1,1,1)$	$1\times15+1\times10+1\times6=31$	1	
$(1,1,2)$	$1\times15+1\times10+2\times6=37$	7	$*$
$(1,1,4)$	$1\times15+1\times10+4\times6=49$	19	$*$

- $x = 40 = (0,1,0)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 30)$	*décomp. de Goldbach de x*
$(1,2,1)$	$1\times15+2\times10+1\times6=41$	11	$*$
$(1,2,2)$	$1\times15+2\times10+2\times6=47$	17	$*$
$(1,2,3)$	$1\times15+2\times10+3\times6=53$	23	$*$
$(1,2,4)$	$1\times15+2\times10+4\times6=59$	29	$*$

- $x = 42 = (0,0,2)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 30)$	*décomp. de Goldbach de x*
$(1,1,1)$	$1\times15+1\times10+1\times6=31$	1	
$(1,1,3)$	$1\times15+1\times10+3\times6=43$	13	$*$
$(1,1,4)$	$1\times15+1\times10+4\times6=49$	19	$*$
$(1,2,1)$	$1\times15+2\times10+1\times6=41$	11	$*$
$(1,2,3)$	$1\times15+2\times10+3\times6=53$	23	$*$
$(1,2,4)$	$1\times15+2\times10+4\times6=59$	29	$*$

- $x = 44 = (0,2,4)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 30)$	*décomp. de Goldbach de x*
$(1,1,1)$	$1\times15+1\times10+1\times6=31$	1	
$(1,1,2)$	$1\times15+1\times10+2\times6=37$	7	$*$
$(1,1,3)$	$1\times15+1\times10+3\times6=43$	13	$*$

- $x = 46 = (0, 1, 1)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*($\neq 0$) (*mod* 30)	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 2, 2)$	$1 \times 15 + 2 \times 10 + 2 \times 6 = 47$	17	$*$
$(1, 2, 3)$	$1 \times 15 + 2 \times 10 + 3 \times 6 = 53$	23	$*$
$(1, 2, 4)$	$1 \times 15 + 2 \times 10 + 4 \times 6 = 59$	29	$*$

- $x = 48 = (0, 0, 3)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*($\neq 0$) (*mod* 30)	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 1, 1)$	$1 \times 15 + 1 \times 10 + 1 \times 6 = 31$	1	
$(1, 1, 2)$	$1 \times 15 + 1 \times 10 + 2 \times 6 = 37$	7	$*$
$(1, 1, 4)$	$1 \times 15 + 1 \times 10 + 4 \times 6 = 49$	19	$*$
$(1, 2, 1)$	$1 \times 15 + 2 \times 10 + 1 \times 6 = 41$	11	$*$
$(1, 2, 2)$	$1 \times 15 + 2 \times 10 + 2 \times 6 = 47$	17	$*$
$(1, 2, 4)$	$1 \times 15 + 2 \times 10 + 4 \times 6 = 59$	19	$*$

3.3 Décomposants de Goldbach de nombres pairs compris entre 50 et 100, ainsi que du nombre 120 qui a de nombreux petits diviseurs

Pour trouver certains décomposants de Goldbach des nombres pairs compris entre $50 = 7^2 + 1$ et $120 = 11^2 - 1$, on utilise la base modulaire $(2, 3, 5, 7)$, la famille génératrice $(105, 70, 126, 120)$ et on travaille modulo $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$.

On note dans un tableau les vecteurs éventuellement solutions car jamais congrus à 0 ou à x selon aucun module de la base, la combinaison linéaire correspondante, le nombre inférieur à 210 de mêmes classes d'équivalence sur les corps finis et d'une croix dans la dernière colonne si le nombre de la troisième colonne est décomposant de Goldbach du nombre pair considéré.

- $x = 50 = (0, 2, 0, 1)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*($\neq 0$) (*mod* 210)	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 1, 1, 2)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 1 \times 126 + 2 \times 120$	121	
$(1, 1, 1, 3)$	$... + 120$	31	$*$
$(1, 1, 1, 4)$	$... + 120$	151	
$(1, 1, 1, 5)$	$... + 120$	61	
$(1, 1, 1, 6)$	$... + 120$	181	
$(1, 1, 2, 2)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 2 \times 126 + 2 \times 120$	37	$*$
$(1, 1, 2, 3)$	$... + 120$	157	
$(1, 1, 2, 4)$	$... + 120$	67	
$(1, 1, 2, 5)$	$... + 120$	187	
$(1, 1, 2, 6)$	$... + 120$	97	
$(1, 1, 3, 2)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 3 \times 126 + 2 \times 120$	163	
$(1, 1, 3, 3)$	$... + 120$	73	
$(1, 1, 3, 4)$	$... + 120$	193	
$(1, 1, 3, 5)$	$... + 120$	103	
$(1, 1, 3, 6)$	$... + 120$	13	$*$
$(1, 1, 4, 2)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 4 \times 126 + 2 \times 120$	79	
$(1, 1, 4, 3)$	$... + 120$	199	
$(1, 1, 4, 4)$	$... + 120$	109	
$(1, 1, 4, 5)$	$... + 120$	19	$*$
$(1, 1, 4, 6)$	$... + 120$	139	

- $x = 52 = (0, 1, 2, 3)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*($\neq 0$) (*mod* 210)	*décomp. de Goldbach de x*
$(1, 2, 1, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	71	
$(1, 2, 1, 2)$	$... + 120$	191	
$(1, 2, 1, 4)$	$... + 240$	11	$*$
$(1, 2, 1, 5)$	$... + 120$	131	
$(1, 2, 1, 6)$	$... + 120$	41	$*$
$(1, 2, 3, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	113	
$(1, 2, 3, 2)$	$... + 120$	23	$*$
$(1, 2, 3, 4)$	$... + 240$	53	
$(1, 2, 3, 5)$	$... + 120$	173	
$(1, 2, 3, 6)$	$... + 120$	83	
$(1, 2, 4, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	29	$*$
$(1, 2, 4, 2)$	$... + 120$	149	
$(1, 2, 4, 4)$	$... + 240$	59	
$(1, 2, 4, 5)$	$... + 120$	179	
$(1, 2, 4, 6)$	$... + 120$	89	

- $x = 54 = (0, 0, 4, 5)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*($\neq 0$) (*mod* 210)	*décomp. de Goldbach de x*
$(1, 1, 1, 1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	1	
$(1, 1, 1, 2)$	$... + 120$	121	
$(1, 1, 1, 3)$	$... + 120$	31	$*$
$(1, 1, 1, 4)$	$... + 120$	151	
$(1, 1, 1, 6)$	$... + 240$	181	
$(1, 1, 2, 1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	127	
$(1, 1, 2, 2)$	$... + 120$	37	$*$
$(1, 1, 2, 3)$	$... + 120$	157	
$(1, 1, 2, 4)$	$... + 120$	67	
$(1, 1, 2, 6)$	$... + 240$	97	
$(1, 1, 3, 1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	43	$*$
$(1, 1, 3, 2)$	$... + 120$	163	
$(1, 1, 3, 3)$	$... + 120$	73	
$(1, 1, 3, 4)$	$... + 120$	193	
$(1, 1, 3, 6)$	$... + 240$	13	$*$
$(1, 2, 1, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	71	
$(1, 2, 1, 2)$	$... + 120$	191	
$(1, 2, 1, 3)$	$... + 120$	101	
$(1, 2, 1, 4)$	$... + 120$	11	$*$
$(1, 2, 1, 6)$	$... + 240$	41	$*$
$(1, 2, 2, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	197	
$(1, 2, 2, 2)$	$... + 120$	107	
$(1, 2, 2, 3)$	$... + 120$	17	$*$
$(1, 2, 2, 4)$	$... + 120$	137	
$(1, 2, 2, 6)$	$... + 240$	167	
$(1, 2, 3, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	113	
$(1, 2, 3, 2)$	$... + 120$	23	$*$
$(1, 2, 3, 3)$	$... + 120$	143	
$(1, 2, 3, 4)$	$... + 120$	53	
$(1, 2, 3, 6)$	$... + 240$	83	

- $x = 56 = (0,2,1,0)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 210)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1,1,1,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	127	
$(1,1,1,2)$	$... + 120$	37	$*$
$(1,1,1,3)$	$... + 120$	157	
$(1,1,1,4)$	$... + 120$	67	
$(1,1,1,5)$	$... + 120$	187	
$(1,1,1,6)$	$... + 120$	97	
$(1,1,3,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	43	$*$
$(1,1,3,2)$	$... + 120$	163	
$(1,1,3,3)$	$... + 120$	73	
$(1,1,3,4)$	$... + 120$	193	
$(1,1,3,5)$	$... + 120$	103	
$(1,1,3,6)$	$... + 120$	13	$*$
$(1,1,4,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	169	
$(1,1,4,2)$	$... + 120$	79	
$(1,1,4,3)$	$... + 120$	199	
$(1,1,4,4)$	$... + 120$	109	
$(1,1,4,5)$	$... + 120$	19	$*$
$(1,1,4,6)$	$... + 120$	139	

- $x = 58 = (0,1,3,2)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 210)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1,2,1,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	71	
$(1,2,1,3)$	$... + 240$	101	
$(1,2,1,4)$	$... + 120$	11	$*$
$(1,2,1,5)$	$... + 120$	131	
$(1,2,1,6)$	$... + 120$	41	$*$
$(1,2,2,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	197	
$(1,2,2,3)$	$... + 240$	17	$*$
$(1,2,2,4)$	$... + 120$	137	
$(1,2,2,5)$	$... + 120$	47	$*$
$(1,2,2,6)$	$... + 120$	167	
$(1,2,4,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	29	$*$
$(1,2,4,3)$	$... + 240$	59	
$(1,2,4,4)$	$... + 120$	179	
$(1,2,4,5)$	$... + 120$	89	
$(1,2,4,6)$	$... + 120$	209	

Note : on voit apparaître sans surprise symétriquement par rapport à une ligne médiane dans le tableau certaines décompositions de Goldbach de $266 = 56 + 210$; en effet, $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ permet de conserver les mêmes restes modulaires et cela permet de conserver la non-congruence à 0 et x des solutions.

$$\begin{aligned} 266 &= 127 + 139 \\ &= 157 + 109 \\ &= 67 + 199 \end{aligned}$$

Le tableau fournit également une décomposition de $476 = 56 + 2 \times 210$ qui se décompose en $157 + 319$.

- $x = 60 = (0,0,0,4)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 210)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1,1,1,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	1	
$(1,1,1,2)$	$... + 120$	121	
$(1,1,1,3)$	$... + 120$	31	$*$
$(1,1,1,5)$	$... + 240$	61	
$(1,1,1,6)$	$... + 120$	181	
$(1,1,2,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	127	
$(1,1,2,2)$	$... + 120$	37	$*$
$(1,1,2,3)$	$... + 120$	157	
$(1,1,2,5)$	$... + 240$	187	
$(1,1,2,6)$	$... + 120$	97	
$(1,1,3,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	43	$*$
$(1,1,3,2)$	$... + 120$	163	
$(1,1,3,3)$	$... + 120$	73	
$(1,1,3,5)$	$... + 240$	103	
$(1,1,3,6)$	$... + 120$	13	$*$
$(1,1,4,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	169	
$(1,1,4,2)$	$... + 120$	79	
$(1,1,4,3)$	$... + 120$	199	
$(1,1,4,5)$	$... + 240$	19	$*$
$(1,1,4,6)$	$... + 120$	139	
$(1,2,1,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	71	
$(1,2,1,2)$	$... + 120$	191	
$(1,2,1,3)$	$... + 120$	101	
$(1,2,1,5)$	$... + 240$	131	
$(1,2,1,6)$	$... + 120$	41	$*$
$(1,2,2,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	197	
$(1,2,2,2)$	$... + 120$	107	
$(1,2,2,3)$	$... + 120$	17	$*$
$(1,2,2,5)$	$... + 240$	47	$*$
$(1,2,2,6)$	$... + 120$	167	
$(1,2,3,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	113	
$(1,2,3,2)$	$... + 120$	23	$*$
$(1,2,3,3)$	$... + 120$	143	
$(1,2,3,5)$	$... + 240$	173	
$(1,2,3,6)$	$... + 120$	83	
$(1,2,4,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	29	$*$
$(1,2,4,2)$	$... + 120$	149	
$(1,2,4,3)$	$... + 120$	59	
$(1,2,4,5)$	$... + 240$	89	
$(1,2,4,6)$	$... + 120$	209	

- $x = 62 = (0, 2, 2, 6)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 210)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 1, 1, 1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	1	
$(1, 1, 1, 2)$	$... + 120$	121	
$(1, 1, 1, 3)$	$... + 120$	31	$*$
$(1, 1, 1, 4)$	$... + 120$	151	
$(1, 1, 1, 5)$	$... + 120$	61	
$(1, 1, 3, 1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	43	$*$
$(1, 1, 3, 2)$	$... + 120$	163	
$(1, 1, 3, 3)$	$... + 120$	73	
$(1, 1, 3, 4)$	$... + 120$	193	
$(1, 1, 3, 5)$	$... + 120$	103	
$(1, 1, 4, 1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	169	
$(1, 1, 4, 2)$	$... + 120$	79	
$(1, 1, 4, 3)$	$... + 120$	199	
$(1, 1, 4, 4)$	$... + 120$	109	
$(1, 1, 4, 5)$	$... + 120$	19	$*$

- $x = 64 = (0, 1, 4, 1)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 210)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 2, 1, 2)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 1 \times 126 + 2 \times 120$	191	
$(1, 2, 1, 3)$	$... + 120$	101	
$(1, 2, 1, 4)$	$... + 120$	11	$*$
$(1, 2, 1, 5)$	$... + 120$	131	
$(1, 2, 1, 6)$	$... + 120$	41	$*$
$(1, 2, 2, 2)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 2 \times 126 + 2 \times 120$	107	
$(1, 2, 2, 3)$	$... + 120$	17	$*$
$(1, 2, 2, 4)$	$... + 120$	137	
$(1, 2, 2, 5)$	$... + 120$	47	$*$
$(1, 2, 2, 6)$	$... + 120$	167	
$(1, 2, 3, 2)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 3 \times 126 + 2 \times 120$	23	$*$
$(1, 2, 3, 3)$	$... + 120$	143	
$(1, 2, 3, 4)$	$... + 120$	53	$*$
$(1, 2, 3, 5)$	$... + 120$	173	
$(1, 2, 3, 6)$	$... + 120$	83	

- $x = 66 = (0, 0, 1, 3)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 210)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1,1,2,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	127	
$(1,1,2,2)$	$... + 120$	37	$*$
$(1,1,2,4)$	$... + 240$	67	
$(1,1,2,5)$	$... + 120$	187	
$(1,1,2,6)$	$... + 120$	97	
$(1,1,3,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	43	$*$
$(1,1,3,2)$	$... + 120$	163	
$(1,1,3,4)$	$... + 240$	193	
$(1,1,3,5)$	$... + 120$	103	
$(1,1,3,6)$	$... + 120$	13	$*$
$(1,1,4,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	169	
$(1,1,4,2)$	$... + 120$	79	
$(1,1,4,4)$	$... + 240$	109	
$(1,1,4,5)$	$... + 120$	19	$*$
$(1,1,4,6)$	$... + 120$	139	
$(1,2,2,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	197	
$(1,2,2,2)$	$... + 120$	107	
$(1,2,2,4)$	$... + 240$	137	
$(1,2,2,5)$	$... + 120$	47	$*$
$(1,2,2,6)$	$... + 120$	167	
$(1,2,3,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	113	
$(1,2,3,2)$	$... + 120$	23	$*$
$(1,2,3,4)$	$... + 240$	53	$*$
$(1,2,3,5)$	$... + 120$	173	
$(1,2,3,6)$	$... + 120$	83	
$(1,2,4,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	29	$*$
$(1,2,4,2)$	$... + 120$	149	
$(1,2,4,4)$	$... + 240$	179	
$(1,2,4,5)$	$... + 120$	89	
$(1,2,4,6)$	$... + 120$	209	

Note : on voit apparaître sans surprise symétriquement par rapport à une ligne médiane dans le tableau certaines décompositions de Goldbach de $274 = 64 + 210$; en effet, $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ permet de conserver les mêmes restes modulaires et cela permet de conserver la non-congruence à 0 et x des solutions.

$$\begin{aligned} 274 \quad &= 191 + 83 \\ &= 107 + 167 \\ &= 101 + 173 \\ &= 137 + 137 \end{aligned}$$

Parmi les nombres trouvés par la méthode proposée, seul 143 est divisible par 11.

- $x = 68 = (0, 2, 3, 5)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*($\neq 0$) (mod 210)	*décomp. de Goldbach de x*
$(1, 1, 1, 1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	1	
$(1, 1, 1, 2)$	$... + 120$	121	
$(1, 1, 1, 3)$	$... + 120$	31	$*$
$(1, 1, 1, 4)$	$... + 120$	151	
$(1, 1, 1, 6)$	$... + 240$	181	
$(1, 1, 2, 1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	127	
$(1, 1, 2, 2)$	$... + 120$	37	$*$
$(1, 1, 2, 3)$	$... + 120$	157	
$(1, 1, 2, 4)$	$... + 120$	67	
$(1, 1, 2, 6)$	$... + 240$	97	
$(1, 1, 4, 1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	169	
$(1, 1, 4, 2)$	$... + 120$	79	
$(1, 1, 4, 3)$	$... + 120$	199	
$(1, 1, 4, 4)$	$... + 120$	109	
$(1, 1, 4, 6)$	$... + 240$	139	

- $x = 70 = (0, 1, 0, 0)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*($\neq 0$) (mod 210)	*décomp. de Goldbach de x*
$(1, 2, 1, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	71	
$(1, 2, 1, 2)$	$... + 120$	191	
$(1, 2, 1, 3)$	$... + 120$	101	
$(1, 2, 1, 4)$	$... + 120$	11	$*$
$(1, 2, 1, 5)$	$... + 120$	131	
$(1, 2, 1, 6)$	$... + 120$	41	$*$
$(1, 2, 2, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	197	
$(1, 2, 2, 2)$	$... + 120$	107	
$(1, 2, 2, 3)$	$... + 120$	17	$*$
$(1, 2, 2, 4)$	$... + 120$	137	
$(1, 2, 2, 5)$	$... + 120$	47	$*$
$(1, 2, 2, 6)$	$... + 120$	167	
$(1, 2, 3, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	113	
$(1, 2, 3, 2)$	$... + 120$	23	$*$
$(1, 2, 3, 3)$	$... + 120$	143	
$(1, 2, 3, 4)$	$... + 120$	53	$*$
$(1, 2, 3, 5)$	$... + 120$	173	
$(1, 2, 3, 6)$	$... + 120$	83	
$(1, 2, 4, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	29	$*$
$(1, 2, 4, 2)$	$... + 120$	149	
$(1, 2, 4, 3)$	$... + 120$	59	$*$
$(1, 2, 4, 4)$	$... + 120$	179	
$(1, 2, 4, 5)$	$... + 120$	89	
$(1, 2, 4, 6)$	$... + 120$	209	

- $x = 72 = (0,0,2,2)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 210)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1,1,1,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	1	
$(1,1,1,3)$	$... + 240$	31	$*$
$(1,1,1,4)$	$... + 120$	151	
$(1,1,1,5)$	$... + 120$	61	$*$
$(1,1,1,6)$	$... + 120$	181	
$(1,1,3,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	43	$*$
$(1,1,3,3)$	$... + 240$	73	
$(1,1,3,4)$	$... + 120$	193	
$(1,1,3,5)$	$... + 120$	103	
$(1,1,3,6)$	$... + 120$	13	$*$
$(1,1,4,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	169	
$(1,1,4,3)$	$... + 240$	199	
$(1,1,4,4)$	$... + 120$	109	
$(1,1,4,5)$	$... + 120$	19	$*$
$(1,1,4,6)$	$... + 120$	139	
$(1,2,1,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	71	
$(1,2,1,3)$	$... + 240$	101	
$(1,2,1,4)$	$... + 120$	11	$*$
$(1,2,1,5)$	$... + 120$	131	
$(1,2,1,6)$	$... + 120$	41	$*$
$(1,2,3,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	83	
$(1,2,3,3)$	$... + 240$	113	
$(1,2,3,4)$	$... + 120$	23	
$(1,2,3,5)$	$... + 120$	143	
$(1,2,3,6)$	$... + 120$	53	$*$
$(1,2,4,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	209	
$(1,2,4,3)$	$... + 240$	29	$*$
$(1,2,4,4)$	$... + 120$	149	
$(1,2,4,5)$	$... + 120$	59	$*$
$(1,2,4,6)$	$... + 120$	179	

- $x = 74 = (0,2,4,4)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 210)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1,1,1,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	1	
$(1,1,1,2)$	$... + 120$	121	
$(1,1,1,3)$	$... + 120$	31	$*$
$(1,1,1,5)$	$... + 240$	61	$*$
$(1,1,1,6)$	$... + 120$	181	
$(1,1,2,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	127	
$(1,1,2,2)$	$... + 120$	37	$*$
$(1,1,2,3)$	$... + 120$	157	
$(1,1,2,5)$	$... + 240$	187	
$(1,1,2,6)$	$... + 120$	97	
$(1,1,3,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	43	$*$
$(1,1,3,2)$	$... + 120$	163	
$(1,1,3,3)$	$... + 120$	73	
$(1,1,3,5)$	$... + 240$	103	
$(1,1,3,6)$	$... + 120$	13	$*$

- $x = 76 = (0, 1, 1, 6)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 210)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 2, 2, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	197	
$(1, 2, 2, 2)$	$... + 120$	107	
$(1, 2, 2, 3)$	$... + 120$	17	$*$
$(1, 2, 2, 4)$	$... + 120$	137	
$(1, 2, 2, 5)$	$... + 120$	47	$*$
$(1, 2, 3, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	113	
$(1, 2, 3, 2)$	$... + 120$	23	$*$
$(1, 2, 3, 3)$	$... + 120$	143	
$(1, 2, 3, 4)$	$... + 120$	53	$*$
$(1, 2, 3, 5)$	$... + 120$	173	
$(1, 2, 4, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	29	$*$
$(1, 2, 4, 2)$	$... + 120$	149	
$(1, 2, 4, 3)$	$... + 120$	59	$*$
$(1, 2, 4, 4)$	$... + 120$	179	
$(1, 2, 4, 5)$	$... + 120$	89	

- $x = 78 = (0, 0, 3, 1)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 210)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 1, 1, 2)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 1 \times 126 + 2 \times 120$	121	
$(1, 1, 1, 3)$	$... + 120$	31	$*$
$(1, 1, 1, 4)$	$... + 120$	151	
$(1, 1, 1, 5)$	$... + 120$	41	$*$
$(1, 1, 1, 6)$	$... + 120$	161	
$(1, 1, 2, 2)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 2 \times 126 + 2 \times 120$	37	$*$
$(1, 1, 2, 3)$	$... + 120$	157	
$(1, 1, 2, 4)$	$... + 120$	67	$*$
$(1, 1, 2, 5)$	$... + 120$	187	
$(1, 1, 2, 6)$	$... + 120$	97	
$(1, 1, 4, 2)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 4 \times 126 + 2 \times 120$	79	
$(1, 1, 4, 3)$	$... + 120$	199	
$(1, 1, 4, 4)$	$... + 120$	109	
$(1, 1, 4, 5)$	$... + 120$	19	$*$
$(1, 1, 4, 6)$	$... + 120$	139	
$(1, 2, 1, 2)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 1 \times 126 + 2 \times 120$	191	
$(1, 2, 1, 3)$	$... + 120$	101	
$(1, 2, 1, 4)$	$... + 120$	11	$*$
$(1, 2, 1, 5)$	$... + 120$	131	
$(1, 2, 1, 6)$	$... + 120$	41	$*$
$(1, 2, 2, 2)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 2 \times 126 + 2 \times 120$	107	
$(1, 2, 2, 3)$	$... + 120$	17	$*$
$(1, 2, 2, 4)$	$... + 120$	137	
$(1, 2, 2, 5)$	$... + 120$	47	$*$
$(1, 2, 2, 6)$	$... + 120$	167	
$(1, 2, 4, 2)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 4 \times 126 + 2 \times 120$	149	
$(1, 2, 4, 3)$	$... + 120$	59	$*$
$(1, 2, 4, 4)$	$... + 120$	179	
$(1, 2, 4, 5)$	$... + 120$	89	
$(1, 2, 4, 6)$	$... + 120$	209	

- $x = 80 = (0, 2, 0, 3)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*($\neq 0$) (*mod* 210)	*décomp. de Goldbach de x*
$(1,1,1,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	1	
$(1,1,1,2)$	... $+ 120$	121	
$(1,1,1,4)$	... $+ 240$	51	$*$
$(1,1,1,5)$	... $+ 120$	171	
$(1,1,1,6)$	... $+ 120$	81	
$(1,1,2,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	127	
$(1,1,2,2)$	... $+ 120$	37	$*$
$(1,1,2,4)$	... $+ 240$	67	$*$
$(1,1,2,5)$	... $+ 120$	187	
$(1,1,2,6)$	... $+ 120$	97	
$(1,1,3,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	43	$*$
$(1,1,3,2)$	... $+ 120$	163	
$(1,1,3,4)$	... $+ 240$	193	
$(1,1,3,5)$	... $+ 120$	103	
$(1,1,3,6)$	... $+ 120$	13	$*$
$(1,1,4,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	169	
$(1,1,4,2)$	... $+ 120$	79	
$(1,1,4,4)$	... $+ 240$	109	
$(1,1,4,5)$	... $+ 120$	19	$*$
$(1,1,4,6)$	... $+ 120$	139	

- $x = 82 = (0, 1, 2, 5)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*($\neq 0$) (*mod* 210)	*décomp. de Goldbach de x*
$(1,2,1,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	71	$*$
$(1,2,1,2)$	... $+ 120$	191	
$(1,2,1,3)$	... $+ 120$	101	
$(1,2,1,4)$	... $+ 120$	11	$*$
$(1,2,1,6)$	... $+ 240$	41	$*$
$(1,2,3,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	113	
$(1,2,3,2)$	... $+ 120$	23	$*$
$(1,2,3,3)$	... $+ 120$	143	
$(1,2,3,4)$	... $+ 120$	53	$*$
$(1,2,3,6)$	... $+ 240$	83	
$(1,2,4,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	29	$*$
$(1,2,4,2)$	... $+ 120$	149	
$(1,2,4,3)$	... $+ 120$	59	$*$
$(1,2,4,4)$	... $+ 120$	179	
$(1,2,4,6)$	... $+ 240$	89	

- $x = 84 = (0, 0, 4, 0)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 210)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1,1,1,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	1	
$(1,1,1,2)$	$... + 120$	121	
$(1,1,1,3)$	$... + 120$	31	$*$
$(1,1,1,4)$	$... + 120$	151	
$(1,1,1,5)$	$... + 120$	61	$*$
$(1,1,1,6)$	$... + 120$	181	
$(1,1,2,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	127	
$(1,1,2,2)$	$... + 120$	37	$*$
$(1,1,2,3)$	$... + 120$	157	
$(1,1,2,4)$	$... + 120$	67	$*$
$(1,1,2,5)$	$... + 120$	187	
$(1,1,2,6)$	$... + 120$	97	
$(1,1,3,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	43	$*$
$(1,1,3,2)$	$... + 120$	163	
$(1,1,3,3)$	$... + 120$	73	$*$
$(1,1,3,4)$	$... + 120$	193	
$(1,1,3,5)$	$... + 120$	103	
$(1,1,3,6)$	$... + 120$	13	
$(1,2,1,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	71	$*$
$(1,2,1,2)$	$... + 120$	191	
$(1,2,1,3)$	$... + 120$	101	
$(1,2,1,4)$	$... + 120$	11	$*$
$(1,2,1,5)$	$... + 120$	131	
$(1,2,1,6)$	$... + 120$	41	$*$
$(1,2,2,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	197	
$(1,2,2,2)$	$... + 120$	107	
$(1,2,2,3)$	$... + 120$	17	$*$
$(1,2,2,4)$	$... + 120$	137	
$(1,2,2,5)$	$... + 120$	47	$*$
$(1,2,2,6)$	$... + 120$	167	
$(1,2,3,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	113	
$(1,2,3,2)$	$... + 120$	23	$*$
$(1,2,3,3)$	$... + 120$	143	
$(1,2,3,4)$	$... + 120$	53	$*$
$(1,2,3,5)$	$... + 120$	173	
$(1,2,3,6)$	$... + 120$	83	

- $x = 86 = (0, 2, 1, 2)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 210)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1,1,2,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	127	
$(1,1,2,3)$	$... + 240$	157	
$(1,1,2,4)$	$... + 120$	67	$*$
$(1,1,2,5)$	$... + 120$	187	
$(1,1,2,6)$	$... + 120$	97	
$(1,1,3,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	43	$*$
$(1,1,3,3)$	$... + 240$	73	$*$
$(1,1,3,4)$	$... + 120$	193	
$(1,1,3,5)$	$... + 120$	103	
$(1,1,3,6)$	$... + 120$	13	$*$
$(1,1,4,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	169	
$(1,1,4,3)$	$... + 240$	79	$*$
$(1,1,4,4)$	$... + 120$	199	
$(1,1,4,5)$	$... + 120$	109	
$(1,1,4,6)$	$... + 120$	19	$*$

- $x = 88 = (0, 1, 3, 4)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 210)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 2, 1, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	71	$*$
$(1, 2, 1, 2)$	$... + 120$	191	
$(1, 2, 1, 3)$	$... + 120$	101	
$(1, 2, 1, 5)$	$... + 240$	131	
$(1, 2, 1, 6)$	$... + 120$	41	$*$
$(1, 2, 2, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	197	
$(1, 2, 2, 2)$	$... + 120$	107	
$(1, 2, 2, 3)$	$... + 120$	17	$*$
$(1, 2, 2, 5)$	$... + 240$	137	
$(1, 2, 2, 6)$	$... + 120$	47	$*$
$(1, 2, 4, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	29	$*$
$(1, 2, 4, 2)$	$... + 120$	149	
$(1, 2, 4, 3)$	$... + 120$	59	$*$
$(1, 2, 4, 5)$	$... + 240$	179	
$(1, 2, 4, 6)$	$... + 120$	89	

- $x = 92 = (0, 2, 2, 1)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 210)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 1, 1, 2)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 1 \times 126 + 2 \times 120$	121	
$(1, 1, 1, 3)$	$... + 120$	31	$*$
$(1, 1, 1, 4)$	$... + 120$	151	
$(1, 1, 1, 5)$	$... + 120$	61	$*$
$(1, 1, 1, 6)$	$... + 120$	181	
$(1, 1, 3, 2)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 3 \times 126 + 2 \times 120$	163	
$(1, 1, 3, 3)$	$... + 120$	73	$*$
$(1, 1, 3, 4)$	$... + 120$	193	
$(1, 1, 3, 5)$	$... + 120$	103	
$(1, 1, 3, 6)$	$... + 120$	13	$*$
$(1, 1, 4, 2)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 4 \times 126 + 2 \times 120$	79	$*$
$(1, 1, 4, 3)$	$... + 120$	199	
$(1, 1, 4, 4)$	$... + 120$	109	
$(1, 1, 4, 5)$	$... + 120$	19	$*$
$(1, 1, 4, 6)$	$... + 120$	139	

- $x = 94 = (0, 1, 4, 3)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 210)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 2, 1, 1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	71	$*$
$(1, 2, 1, 2)$	$... + 120$	191	
$(1, 2, 1, 4)$	$... + 240$	11	$*$
$(1, 2, 1, 5)$	$... + 120$	131	
$(1, 2, 1, 6)$	$... + 120$	41	$*$
$(1, 2, 2, 1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	197	
$(1, 2, 2, 2)$	$... + 120$	107	
$(1, 2, 2, 4)$	$... + 240$	137	
$(1, 2, 2, 5)$	$... + 120$	47	$*$
$(1, 2, 2, 6)$	$... + 120$	167	
$(1, 2, 3, 1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	113	
$(1, 2, 3, 2)$	$... + 120$	23	$*$
$(1, 2, 3, 4)$	$... + 240$	53	$*$
$(1, 2, 3, 5)$	$... + 120$	173	
$(1, 2, 3, 6)$	$... + 120$	83	$*$

- $x = 90 = (0, 0, 0, 6)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*($\neq 0$) (*mod* 210)	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 1, 1, 1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	1	
$(1, 1, 1, 2)$	$... + 120$	121	
$(1, 1, 1, 3)$	$... + 120$	31	$*$
$(1, 1, 1, 4)$	$... + 120$	151	
$(1, 1, 1, 5)$	$... + 120$	61	$*$
$(1, 1, 2, 1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	127	
$(1, 1, 2, 2)$	$... + 120$	37	$*$
$(1, 1, 2, 3)$	$... + 120$	157	
$(1, 1, 2, 4)$	$... + 120$	67	$*$
$(1, 1, 2, 5)$	$... + 120$	187	
$(1, 1, 3, 1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	43	$*$
$(1, 1, 3, 2)$	$... + 120$	163	
$(1, 1, 3, 3)$	$... + 120$	73	$*$
$(1, 1, 3, 4)$	$... + 120$	193	
$(1, 1, 3, 5)$	$... + 120$	103	
$(1, 1, 4, 1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	169	
$(1, 1, 4, 2)$	$... + 120$	79	$*$
$(1, 1, 4, 3)$	$... + 120$	199	
$(1, 1, 4, 4)$	$... + 120$	109	
$(1, 1, 4, 5)$	$... + 120$	19	$*$
$(1, 2, 1, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	71	$*$
$(1, 2, 1, 2)$	$... + 120$	191	
$(1, 2, 1, 3)$	$... + 120$	101	
$(1, 2, 1, 4)$	$... + 120$	11	$*$
$(1, 2, 1, 5)$	$... + 120$	131	
$(1, 2, 2, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	197	
$(1, 2, 2, 2)$	$... + 120$	107	
$(1, 2, 2, 3)$	$... + 120$	17	$*$
$(1, 2, 2, 4)$	$... + 120$	137	
$(1, 2, 2, 5)$	$... + 120$	47	$*$
$(1, 2, 3, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	113	
$(1, 2, 3, 2)$	$... + 120$	23	$*$
$(1, 2, 3, 3)$	$... + 120$	143	
$(1, 2, 3, 4)$	$... + 120$	53	$*$
$(1, 2, 3, 5)$	$... + 120$	173	
$(1, 2, 4, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	29	$*$
$(1, 2, 4, 2)$	$... + 120$	149	
$(1, 2, 4, 3)$	$... + 120$	59	$*$
$(1, 2, 4, 4)$	$... + 120$	179	
$(1, 2, 4, 5)$	$... + 120$	89	

- $x = 96 = (0,0,1,5)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*($\neq 0$) (*mod* 210)	*décomp. de Goldbach de x*
$(1,1,2,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	127	
$(1,1,2,2)$	... $+ 120$	37	$*$
$(1,1,2,3)$	... $+ 120$	157	
$(1,1,2,4)$	... $+ 120$	67	$*$
$(1,1,2,6)$	... $+ 240$	97	
$(1,1,3,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	43	$*$
$(1,1,3,2)$	... $+ 120$	163	
$(1,1,3,3)$	... $+ 120$	73	$*$
$(1,1,3,4)$	... $+ 120$	193	
$(1,1,3,6)$	... $+ 240$	13	$*$
$(1,1,4,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	169	
$(1,1,4,2)$	... $+ 120$	79	$*$
$(1,1,4,3)$	... $+ 120$	199	
$(1,1,4,4)$	... $+ 120$	109	
$(1,1,4,6)$	... $+ 240$	19	
$(1,2,2,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	197	
$(1,2,2,2)$	... $+ 120$	107	
$(1,2,2,3)$	... $+ 120$	17	$*$
$(1,2,2,4)$	... $+ 120$	137	
$(1,2,2,6)$	... $+ 240$	167	
$(1,2,3,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	113	
$(1,2,3,2)$	... $+ 120$	23	$*$
$(1,2,3,3)$	... $+ 120$	143	
$(1,2,3,4)$	... $+ 120$	53	$*$
$(1,2,3,6)$	... $+ 240$	83	$*$
$(1,2,4,1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	29	$*$
$(1,2,4,2)$	... $+ 120$	149	
$(1,2,4,3)$	... $+ 120$	59	$*$
$(1,2,4,4)$	... $+ 120$	179	
$(1,2,1,6)$	... $+ 240$	209	

- $x = 98 = (0,2,3,0)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*($\neq 0$) (*mod* 210)	*décomp. de Goldbach de x*
$(1,1,1,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	1	
$(1,1,1,2)$	... $+ 120$	121	
$(1,1,1,3)$	... $+ 120$	31	$*$
$(1,1,1,4)$	... $+ 120$	151	
$(1,1,1,5)$	... $+ 120$	61	$*$
$(1,1,1,6)$	... $+ 120$	181	
$(1,1,2,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	127	
$(1,1,2,2)$	... $+ 120$	37	$*$
$(1,1,2,3)$	... $+ 120$	157	
$(1,1,2,4)$	... $+ 120$	67	$*$
$(1,1,2,5)$	... $+ 120$	187	
$(1,1,2,6)$	... $+ 120$	97	
$(1,1,4,1)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	169	
$(1,1,4,2)$	... $+ 120$	79	$*$
$(1,1,4,3)$	... $+ 120$	199	
$(1,1,4,4)$	... $+ 120$	109	
$(1,1,4,5)$	... $+ 120$	19	$*$
$(1,1,4,6)$	... $+ 120$	139	

- $x = 100 = (0, 1, 0, 2)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 210)$	*décomp. de Goldbach de* x
$(1, 2, 1, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 1 \times 126 + 1 \times 120$	71	$*$
$(1, 2, 1, 3)$	$... + 240$	101	
$(1, 2, 1, 4)$	$... + 120$	11	$*$
$(1, 2, 1, 5)$	$... + 120$	131	
$(1, 2, 1, 6)$	$... + 120$	41	$*$
$(1, 2, 2, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 2 \times 126 + 1 \times 120$	197	
$(1, 2, 2, 3)$	$... + 240$	17	$*$
$(1, 2, 2, 4)$	$... + 120$	137	
$(1, 2, 2, 5)$	$... + 120$	47	$*$
$(1, 2, 2, 6)$	$... + 120$	167	
$(1, 2, 3, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 3 \times 126 + 1 \times 120$	113	
$(1, 2, 3, 3)$	$... + 240$	143	
$(1, 2, 3, 4)$	$... + 120$	53	$*$
$(1, 2, 3, 5)$	$... + 120$	173	
$(1, 2, 3, 6)$	$... + 120$	83	$*$
$(1, 2, 4, 1)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 4 \times 126 + 1 \times 120$	29	$*$
$(1, 2, 4, 3)$	$... + 240$	59	$*$
$(1, 2, 4, 4)$	$... + 120$	179	
$(1, 2, 4, 5)$	$... + 120$	89	$*$
$(1, 2, 4, 6)$	$... + 120$	209	

- $x = 120 = (0, 0, 0, 1)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*($\neq 0$) (*mod* 210)	*décomp. de Goldbach de x*
$(1, 1, 1, 2)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 1 \times 126 + 2 \times 120$	121	
$(1, 1, 1, 3)$	$... + 120$	31	$*$
$(1, 1, 1, 4)$	$... + 120$	151	
$(1, 1, 1, 5)$	$... + 120$	61	$*$
$(1, 1, 1, 6)$	$... + 120$	181	
$(1, 1, 2, 2)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 2 \times 126 + 2 \times 120$	37	$*$
$(1, 1, 2, 3)$	$... + 120$	157	
$(1, 1, 2, 4)$	$... + 120$	67	$*$
$(1, 1, 2, 5)$	$... + 120$	187	
$(1, 1, 2, 6)$	$... + 120$	97	$*$
$(1, 1, 3, 2)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 3 \times 126 + 2 \times 120$	163	
$(1, 1, 3, 3)$	$... + 120$	73	$*$
$(1, 1, 3, 4)$	$... + 120$	193	
$(1, 1, 3, 5)$	$... + 120$	103	$*$
$(1, 1, 3, 6)$	$... + 120$	13	$*$
$(1, 1, 4, 2)$	$1 \times 105 + 1 \times 70 + 4 \times 126 + 2 \times 120$	79	$*$
$(1, 1, 4, 3)$	$... + 120$	199	
$(1, 1, 4, 4)$	$... + 120$	109	$*$
$(1, 1, 4, 5)$	$... + 120$	19	$*$
$(1, 1, 4, 6)$	$... + 120$	139	
$(1, 2, 1, 2)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 1 \times 126 + 2 \times 120$	191	
$(1, 2, 1, 3)$	$... + 120$	101	$*$
$(1, 2, 1, 4)$	$... + 120$	11	$*$
$(1, 2, 1, 5)$	$... + 120$	131	
$(1, 2, 1, 6)$	$... + 120$	41	$*$
$(1, 2, 2, 2)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 2 \times 126 + 2 \times 120$	107	$*$
$(1, 2, 2, 3)$	$... + 120$	17	$*$
$(1, 2, 2, 4)$	$... + 120$	137	
$(1, 2, 2, 5)$	$... + 120$	47	$*$
$(1, 2, 2, 6)$	$... + 120$	167	
$(1, 2, 3, 2)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 3 \times 126 + 2 \times 120$	23	$*$
$(1, 2, 3, 3)$	$... + 120$	143	
$(1, 2, 3, 4)$	$... + 120$	53	$*$
$(1, 2, 3, 5)$	$... + 120$	173	
$(1, 2, 3, 6)$	$... + 120$	83	$*$
$(1, 2, 4, 2)$	$1 \times 105 + 2 \times 70 + 4 \times 126 + 2 \times 120$	149	
$(1, 2, 4, 3)$	$... + 120$	59	$*$
$(1, 2, 4, 4)$	$... + 120$	179	
$(1, 2, 4, 5)$	$... + 120$	89	$*$
$(1, 2, 4, 6)$	$... + 120$	209	

Note 1 : le “rendement” est impressionnant ; 22 décomposants de Goldbach sur 40 cas envisagés (pour le nombre 60, on avait trouvé 10 décomposants de Goldbach sur 40 cas envisagés également).
Quant à $240 = (0, 0, 0, 2, 9, 6)$, en considérant les modules premiers jusqu'à 13, sur $(3-3) \times (5-1) \times (7-2) \times (11-2) \times (13-2) = 2 \times 4 \times 5 \times 9 \times 11 = 3960$ nombres envisagés, 36 seront des décomposants de Goldbach de 240 (rappel : on prend combinatoirement $p_k - 1$ congruences dans le cas d'une congruence de x à 0 et $p_k - 2$ congruences dans le cas d'une congruence de x à un nombre non nul).

Note 2 : on voit apparaître sans surprise symétriquement par rapport à une ligne médiane dans le tableau certaines décompositions de Goldbach de $330 = 120 + 210$.

$$\begin{aligned}330 &= 151 + 179\\ &= 181 + 149\\ &= 157 + 173\\ &= 163 + 167\\ &= 193 + 137\\ &= 199 + 131\\ &= 139 + 191\end{aligned}$$

Parmi les nombres trouvés par la méthode proposée, $121, 143, 187$ sont composés.

4 Conséquence de ces expérimentations : nombres vérifiant obligatoirement la conjecture de Goldbach

Des expérimentations autour de la “comète” de Goldbach et de la représentation des décompositions par ce qu'on avait appelé “pliage de tissu” nous avait fait comprendre que les nombres qui ont de très nombreux diviseurs ont des nombres de décompositions de Goldbach très grands comparativement aux nombres qui les entourent. Par exemple, $2310 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$ a 114 décompositions alors que $2306 = 2 \times 1153$ qui est le double de premier immédiatement inférieur à 2310 n'en a que 34 ou bien $2326 = 2 \times 1163$ qui est le double de premier immédiatement supérieur à 2310 n'en a que 35. Si l'on considère les nombres inférieur et supérieur à 2310 de la forme $2p^2$, qui ont très peu de diviseurs également, que sont $2 \times 961 = 2 \times 31^2 = 1922$, celui-ci a 30 décomposants de Goldbach quand $2 \times 1369 = 2 \times 37^2 = 2738$ en a 17 à peine.

Reprenons l'exemple du nombre pair 60 congru à 0 (mod 2, 3 et 5). Dans la mesure où la méthode n'élimine que les nombres congrus à x selon un module ainsi que les petits premiers, s'il ne restait aucun nombre premier (si 60 n'avait aucun décomposant de Goldbach), cela signifierait que les nombres premiers compris entre $\sqrt{60}$ et $30 = 60/2$ seraient tous soit congrus à 0 (mod 2), ce qui est impossible, soit congrus à 0 (mod 3) ce qui ne l'est pas moins, soit congrus à 0 (mod 5), idem, soit tous congrus à 4 (mod 7), ce qui n'est trivialement pas le cas, les nombres premiers se distribuant quasiment équitablement selon toutes les classes de congruence pour un module donné. On déduit de ce raisonnement qu'un nombre divisible par tous les nombres premiers sauf un d'entre eux qui est inférieur à sa racine admet forcément un décomposant de Goldbach (cas des nombres 60, 70 ou 120 étudiés ci-dessus).

Dit autrement, considérons un nombre dont le vecteur dans la méthode ne contient qu'une seule coordonnée non nulle. Si on ne lui trouve aucun décomposant de Goldbach par la méthode, puisque les “grands” nombres premiers (supérieurs à $\lfloor\sqrt{x}\rfloor$) ne peuvent être congrus à 0 selon les modules premiers inférieurs à $\lfloor\sqrt{x}\rfloor$, cela signifierait que tous les nombres premiers compris entre $\lfloor\sqrt{x}\rfloor$ et $x - \lfloor\sqrt{x}\rfloor$ sont congrus à x selon le nombre premier pour lequel x a une coordonnée non nulle. Mais on sait que tous les nombres premiers d'un intervalle ne peuvent être tous congrus à une même valeur selon un module donné. Donc les nombres qui n'ont qu'une seule coordonnée non nulle (comme 60 par exemple, qui correspond au vecteur $(0, 0, 0, 4)$) sont assurés de se voir trouver un décomposant de Goldbach par la méthode fournie.

Le problème est qu'on ne voit pas comment étendre ce raisonnement dès que deux coordonnées sont non nulles.

5 Sempiternel problème de l'ordre sur les entiers naturels

Reprenons l'exemple de la recherche des décomposants de Goldbach de 96 mais en fournissant cette fois-ci les nombres trouvés par le calcul des combinaisons linéaires, avant qu'ils soient “diminués drastiquement” sous-prétexte qu'on les “ramène” dans l'intervalle $[1, 210]$. On va voir que l'ordre dans lequel les nombres sont rencontrés est totalement erratique et que les écarts qui les séparent sont très irréguliers (écarts fournis après remise en ordre après le tableau). De toute façon, il en est de même pour les nombres que l'on a “ramenés” sur l'intervalle $[1, 210]$. On a coloré les ordinaux en bleu pour faciliter la lecture du tableau.

- $x = 96 = (0, 0, 1, 5)$

coordonnées	*sol.avt modulo*	*ordre* 1	*sol.min.*($\neq 0$) (*mod* 210)	*ordre* 2
$(1,1,2,1)$	547	1	127	18
$(1,1,2,2)$	667	3	37	6
$(1,1,2,3)$	787	7	157	22
$(1,1,2,4)$	907	13	67	10
$(1,1,2,6)$	1147	23	97	14
$(1,1,3,1)$	673	4	43	7
$(1,1,3,2)$	793	8	163	23
$(1,1,3,3)$	913	14	73	11
$(1,1,3,4)$	1033	19	193	27
$(1,1,3,6)$	1273	27	13	1
$(1,1,4,1)$	799	9	169	25
$(1,1,4,2)$	919	15	79	12
$(1,1,4,3)$	1039	20	199	29
$(1,1,4,4)$	1159	24	109	16
$(1,1,4,6)$	1399	29	19	3
$(1,2,2,1)$	617	2	197	28
$(1,2,2,2)$	737	5	107	15
$(1,2,2,3)$	857	10	17	2
$(1,2,2,4)$	977	16	137	19
$(1,2,2,6)$	1217	25	167	24
$(1,2,3,1)$	743	6	113	17
$(1,2,3,2)$	863	11	23	4
$(1,2,3,3)$	983	17	143	20
$(1,2,3,4)$	1103	22	53	8
$(1,2,3,6)$	1343	28	83	13
$(1,2,4,1)$	869	12	29	5
$(1,2,4,2)$	989	18	149	21
$(1,2,4,3)$	1099	21	59	9
$(1,2,4,4)$	1219	26	179	26
$(1,2,1,6)$	1459	30	209	30

On constate que l'ordre d'énumération que l'on pourrait qualifier de "naturel" sur les vecteurs ne fournit pas les solutions selon l'ordre naturel sur les entiers. De plus, les écarts entre les solutions fournies par le théorème des restes chinois, une fois qu'on les a réordonnées selon l'ordre naturel sur les entiers, ne sont pas constants d'une solution à l'autre.

$$547 \xrightarrow{70} 617 \xrightarrow{50} 667 \xrightarrow{6} 673 \xrightarrow{64} 737 \xrightarrow{6} 743 \xrightarrow{44} 787 \xrightarrow{6} 793 \xrightarrow{6} 799 \xrightarrow{58} 857 \xrightarrow{6} 863 \xrightarrow{6} 869 \xrightarrow{38} 907$$

$$(907) \xrightarrow{6} 913 \xrightarrow{6} 919 \xrightarrow{58} 977 \xrightarrow{6} 983 \xrightarrow{6} 989 \xrightarrow{44} 1033 \xrightarrow{6} 1039 \xrightarrow{60} 1099 \xrightarrow{4} 1103 \xrightarrow{44} 1147 \xrightarrow{12} 1159$$

$$(1159) \xrightarrow{58} 1217 \xrightarrow{2} 1219 \xrightarrow{54} 1273 \xrightarrow{70} 1343 \xrightarrow{56} 1399 \xrightarrow{60} 1459$$

Quant à l'ordre et aux écarts une fois les solutions "ramenées" dans l'intervalle $[1, 210]$, il est le suivant :

$$13 \xrightarrow{4} 17 \xrightarrow{2} 19 \xrightarrow{4} 23 \xrightarrow{6} 29 \xrightarrow{8} 37 \xrightarrow{6} 43 \xrightarrow{10} 53 \xrightarrow{6} 59 \xrightarrow{8} 67 \xrightarrow{6} 73 \xrightarrow{6} 79 \xrightarrow{4} 83 \xrightarrow{14} 97 \xrightarrow{10} 107$$

$$(107) \xrightarrow{2} 109 \xrightarrow{4} 113 \xrightarrow{14} 127 \xrightarrow{10} 137 \xrightarrow{6} 143 \xrightarrow{6} 149 \xrightarrow{8} 157 \xrightarrow{6} 163 \xrightarrow{4} 167 \xrightarrow{2} 169 \xrightarrow{10} 179 \xrightarrow{14} 193$$

$$(193) \xrightarrow{4} 197 \xrightarrow{2} 199 \xrightarrow{10} 209$$

Dans le cas des nombres avant réduction modulo 210, si on arrivait à montrer que l'écart maximum entre deux solutions successives (au sens de l'ordre naturel sur les entiers) était systématiquement inférieur à $x/2$ (ici 48, la moitié de 96), la méthode fournirait obligatoirement une solution. Mais on voit que $617 - 547 = 70$ étant supérieur à 48, cette approche ne convient pas.

Après réduction modulo 210, il faudrait être capable de montrer que le plus petit nombre trouvé est systématiquement inférieur à $x/2$.

Peut-être que la notion de réseau de points serait plus appropriée pour assurer l'existence d'une solution convenable.

5.1 Pistes

On serait tenté d'utiliser la notion mathématique de *Z-module* qui semble tout à fait correspondre à la méthode présentée ici mais le problème est que l'élimination de certains points, parce qu'ils ont certaines coordonnées (i.e. parce qu'ils appartiennent à certains hyperplans de nos réseaux finis de points), fait que l'on perd la propriété importante de groupe additif nécessaire pour mener un quelconque raisonnement.

De même, le théorème de Minkowski, qui pourrait peut-être nous permettre de dire que dans une certaine "boule" autour de l'origine, on est assuré de trouver un nombre premier (comme cela peut être fait par exemple pour prouver que les nombres premiers $4n + 1$ sont sommes de deux carrés), ne peut pas être utilisé non plus parce que notre élimination de points nous fait perdre la propriété de convexité essentielle pour pouvoir mener un tel raisonnement. Il faudrait de plus être capable de calculer le volume du simplexe unité, ce qui semble insurmontable.

6 Calcul de nombres pairs entre deux nombres premiers jumeaux

On rappelle qu'on élimine systématiquement les coordonnées 1 ou $p_k - 1$ selon tout p_k.

6.1 Calcul de nombres pairs entre deux nombres premiers jumeaux et qui sont compris entre 4 et 8

Rappel :
Base modulaire = $(2, 3)$
Famille génératrice = $(3, 4)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 6)$	*couple de jumeaux*
$(0, 0)$	$0 \times 3 + 0 \times 4 = 0$	6	$(5, 7)$

6.2 Calcul de nombres pairs entre deux nombres premiers jumeaux et qui sont compris entre 10 et 24

Rappel :
Base modulaire = $(2, 3, 5)$
Famille génératrice = $(15, 10, 6)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 30)$	*couple de jumeaux*
$(0, 0, 0)$	$0 \times 15 + 0 \times 10 + 0 \times 6 = 0$	30	$(29, 31)$
$(0, 0, 2)$	$0 \times 15 + 0 \times 10 + 2 \times 6 = 12$	12	$(11, 13)$
$(0, 0, 3)$	$0 \times 15 + 0 \times 10 + 3 \times 6 = 18$	18	$(17, 19)$

6.3 Calcul de nombres pairs entre deux nombres premiers jumeaux et qui sont compris entre 26 et 48

Rappel :
Base modulaire = $(2, 3, 5, 7)$
Famille génératrice = $(105, 70, 126, 120)$

Note 1 : on omet le $0 \times 105 + 0 \times 70$ dans le calcul de la combinaison linéaire.

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*$(\neq 0)$ $(mod\ 210)$	*couple de jumeaux*
$(0,0,0,0)$	$0 \times 120 = 0$	0	
$(0,0,0,2)$	$2 \times 120 = 240$	30	$(29, 31)$
$(0,0,0,3)$	$3 \times 120 = 360$	150	$(149, 151)$
$(0,0,0,4)$	$4 \times 120 = 480$	60	$(59, 61)$
$(0,0,0,5)$	$5 \times 120 = 600$	180	$(179, 181)$
$(0,0,2,0)$	$2 \times 126 = 252$	42	$(41, 43)$
$(0,0,2,2)$	$2 \times 126 + 2 \times 120 = 492$	72	$(71, 73)$
$(0,0,2,3)$	$2 \times 126 + 2 \times 120 = 612$	192	$(191, 193)$
$(0,0,2,4)$	$2 \times 126 + 2 \times 120 = 732$	102	$(101, 103)$
$(0,0,2,5)$	$2 \times 126 + 2 \times 120 = 852$	12	$(11, 13)$
$(0,0,3,0)$	$3 \times 126 = 378$	168	$169 = 13^2$
$(0,0,3,2)$	$3 \times 126 + 2 \times 120 = 618$	198	$(197, 199)$
$(0,0,3,3)$	$3 \times 126 + 2 \times 120 = 738$	108	$(107, 109)$
$(0,0,3,4)$	$3 \times 126 + 2 \times 120 = 858$	18	$(17, 19)$
$(0,0,3,5)$	$3 \times 126 + 2 \times 120 = 978$	138	$(137, 139)$

Note 2 : même si dans le tableau ci-dessus, tous les nombres pairs sont solutions sauf un (168 a son successeur qui n'est pas premier), on est assuré d'avoir un nombre pair entre deux nombres premiers jumeaux seulement pour les nombres pairs inférieurs à $49 = 7^2$, en l'occurrence pour $12, 18, 30$ et 42.

On voit clairement apparaître des progressions arithmétiques de raison 120 qui est le dernier élément de la famille génératrice, selon lequel on a ordonné les résultats.

Le théorème de Dirichlet assure de trouver un nombre premier dans un progression arithmétique, mais la progression $ax + b$ en question doit être infinie, et les nombres a et b doivent être premiers entre eux, des conditions qui ne sont pas garanties ici, les nombres de la famille génératrice ayant systématiquement des plus grands communs diviseurs non égaux à 1 si on les considère deux à deux par exemple.

Terence Tao et Ben Green quant à eux s'intéressent à la fabrication de progressions arithmétiques de longueurs finies mais qui ne contiennent que des nombres premiers, ce qui n'est pas le cas des progressions rencontrées ici.

Pour atteindre notre but, il faudrait disposer d'un résultat intermédiaire en quelque sorte et qui affirmerait qu'un certain nombre de progressions arithmétiques, d'origines "décalées", de telles longueurs finies et raisons contraintes, seraient forcées de "taper" au moins une fois dans un intervalle de nombres de telle longueur, résultat dont on ne dispose absolument pas.

6.4 Calcul de nombres pairs entre deux nombres premiers jumeaux et qui sont compris entre 50 et 120

Rappel :
Base modulaire = $(2, 3, 5, 7, 11)$
Famille génératrice = $(1155, 1540, 1386, 330, 210)$

Note : on ne note plus les combinaisons linéaires, on fournit directement leur résultat obtenu en calculant le produit du vecteur ligne des coordonnées par le vecteur colonne de la famille génératrice. On note d'une croix en dernière colonne les nombres inférieurs à $121 = 11^2$.

$coordonnées$	$sol = sol.min.(\neq 0)\ (mod\ 2310)$	$sol < 121$
$(0,0,0,0,0)$	0	
$(0,0,0,0,2)$	420	
$(0,0,0,0,3)$	630	
$(0,0,0,0,4)$	840	
$(0,0,0,0,5)$	1050	
$(0,0,0,0,6)$	1260	
$(0,0,0,0,7)$	1470	
$(0,0,0,0,8)$	1680	
$(0,0,0,0,9)$	1890	
$(0,0,0,2,0)$	660	
$(0,0,0,2,2)$	1080	
$(0,0,0,2,3)$	1290	
$(0,0,0,2,4)$	1500	
$(0,0,0,2,5)$	1710	
$(0,0,0,2,6)$	1920	
$(0,0,0,2,7)$	2130	
$(0,0,0,2,8)$	$2340 = 30$	$*$
$(0,0,0,2,9)$	240	
$(0,0,0,3,0)$	990	
$(0,0,0,3,2)$	1410	
$(0,0,0,3,3)$	1620	
$(0,0,0,3,4)$	1830	
$(0,0,0,3,5)$	2040	
$(0,0,0,3,6)$	2250	
$(0,0,0,3,7)$	$2460 = 150$	
$(0,0,0,3,8)$	360	
$(0,0,0,3,9)$	570	
$(0,0,0,4,0)$	1320	
$(0,0,0,4,2)$	1740	
$(0,0,0,4,3)$	1950	
$(0,0,0,4,4)$	2160	
$(0,0,0,4,5)$	$2370 = 60$	$*$
$(0,0,0,4,6)$	270	
$(0,0,0,4,7)$	480	
$(0,0,0,4,8)$	690	
$(0,0,0,4,9)$	900	
$(0,0,0,5,0)$	1650	
$(0,0,0,5,2)$	2070	
$(0,0,0,5,3)$	2280	
$(0,0,0,5,4)$	$2490 = 180$	
$(0,0,0,5,5)$	390	
$(0,0,0,5,6)$	600	
$(0,0,0,5,7)$	810	
$(0,0,0,5,8)$	1020	
$(0,0,0,5,9)$	1230	

$coordonnées$	$sol = sol.min.(\neq 0)\ (mod\ 2310)$	$sol < 121$
$(0,0,2,0,0)$	$2772 = 462$	
$(0,0,2,0,2)$	882	
$(0,0,2,0,3)$	1092	
$(0,0,2,0,4)$	1302	
$(0,0,2,0,5)$	1512	
$(0,0,2,0,6)$	1722	
$(0,0,2,0,7)$	2932	
$(0,0,2,0,8)$	2142	
$(0,0,2,0,9)$	$2352 = 42$	$*$
$(0,0,2,2,0)$	1122	
$(0,0,2,2,2)$	1542	
$(0,0,2,2,3)$	1752	
$(0,0,2,2,4)$	1962	
$(0,0,2,2,5)$	2172	
$(0,0,2,2,6)$	$2382 = 72$	$*$
$(0,0,2,2,7)$	282	
$(0,0,2,2,8)$	492	
$(0,0,2,2,9)$	702	
$(0,0,2,3,0)$	1452	
$(0,0,2,3,2)$	1872	
$(0,0,2,3,3)$	2082	
$(0,0,2,3,4)$	2292	
$(0,0,2,3,5)$	$2502 = 192$	
$(0,0,2,3,6)$	402	
$(0,0,2,3,7)$	612	
$(0,0,2,3,8)$	822	
$(0,0,2,3,9)$	1032	
$(0,0,2,4,0)$	1782	
$(0,0,2,4,2)$	2202	
$(0,0,2,4,3)$	$2412 = 102$	$*$
$(0,0,2,4,4)$	312	
$(0,0,2,4,5)$	522	
$(0,0,2,4,6)$	732	
$(0,0,2,4,7)$	942	
$(0,0,2,4,8)$	1152	
$(0,0,2,4,9)$	1362	
$(0,0,2,5,0)$	2112	
$(0,0,2,5,2)$	$2532 = 222$	
$(0,0,2,5,3)$	432	
$(0,0,2,5,4)$	642	
$(0,0,2,5,5)$	852	
$(0,0,2,5,6)$	1062	
$(0,0,2,5,7)$	1272	
$(0,0,2,5,8)$	1482	
$(0,0,2,5,9)$	1692	

$coordonnées$	$sol = sol.min.(\neq 0)\ (mod\ 2310)$	$sol < 121$
$(0,0,3,0,0)$	$4158 = 1848$	
$(0,0,3,0,2)$	2268	
$(0,0,3,0,3)$	$2478 = 168$	
$(0,0,3,0,4)$	378	
$(0,0,3,0,5)$	588	
$(0,0,3,0,6)$	798	
$(0,0,3,0,7)$	1008	
$(0,0,3,0,8)$	1218	
$(0,0,3,0,9)$	1428	
$(0,0,3,2,0)$	$2508 = 198$	
$(0,0,3,2,2)$	618	
$(0,0,3,2,3)$	828	
$(0,0,3,2,4)$	1038	
$(0,0,3,2,5)$	1248	
$(0,0,3,2,6)$	1458	
$(0,0,3,2,7)$	1668	
$(0,0,3,2,8)$	1878	
$(0,0,3,2,9)$	2088	
$(0,0,3,3,0)$	528	
$(0,0,3,3,2)$	948	
$(0,0,3,3,3)$	1158	
$(0,0,3,3,4)$	1368	
$(0,0,3,3,5)$	1578	
$(0,0,3,3,6)$	1788	
$(0,0,3,3,7)$	1998	
$(0,0,3,3,8)$	2208	
$(0,0,3,3,9)$	$2418 = 108$	$*$
$(0,0,3,4,0)$	858	
$(0,0,3,4,2)$	1278	
$(0,0,3,4,3)$	1488	
$(0,0,3,4,4)$	1698	
$(0,0,3,4,5)$	1908	
$(0,0,3,4,6)$	2118	
$(0,0,3,4,7)$	$2328 = 18$	$*$
$(0,0,3,4,8)$	228	
$(0,0,3,4,9)$	438	
$(0,0,3,5,0)$	1188	
$(0,0,3,5,2)$	1608	
$(0,0,3,5,3)$	1818	
$(0,0,3,5,4)$	2028	
$(0,0,3,5,5)$	2238	
$(0,0,3,5,6)$	$2448 = 138$	
$(0,0,3,5,7)$	348	
$(0,0,3,5,8)$	558	
$(0,0,3,5,9)$	768	

On constate qu'il y a très peu de solutions (7) dont on est assuré qu'il s'agit bien de nombres pairs entre deux nombres premiers jumeaux car ils sont inférieurs à $11^2 = 121$.

Annexe : Calcul de décomposants de Goldbach du nombre pair 128

128 étant une puissance de 2 a peu de diviseurs, cela diminue combinatoirement la quantité de nombres à étudier.

Pour trouver certains décomposants de Goldbach de 128 compris entre $122 = 11^2 + 1$ et $168 = 13^2 - 1$, on utilise la base modulaire $(2, 3, 5, 7, 11)$, la famille génératrice $(1155, 1540, 1386, 330, 210)$ et on travaille modulo $2310 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$.

En effet, $1155 = 1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$ est congru à 1 $(mod\ 2)$ (c'est le nombre correspondant au vecteur $(1, 0, 0, 0, 0)$) ; $1540 = 2 \times 2 \times 5 \times 7 \times 11$ est congru à 1 $(mod\ 3)$ (et correspond au vecteur $(0, 1, 0, 0, 0)$) ; $1386 = 3 \times 2 \times 3 \times 7 \times 11$ est congru à 1 $(mod\ 5)$ (et correspond au vecteur $(0, 0, 1, 0, 0)$) ; $330 = 1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 11$ est congru à 1 $(mod\ 7)$ (et correspond au vecteur $(0, 0, 0, 1, 0)$) ; $210 = 1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$ est congru à 1 $(mod\ 11)$ (et correspond au vecteur $(0, 0, 0, 0, 1)$).

- $x = 128 = (0, 2, 3, 2, 7)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*($\neq 0$) (*mod* 210)	*D.G. de* 128
$(1,1,1,1,1)$	$1 \times 1155 + 1 \times 1540 + 1 \times 1386 + 1 \times 330 + 1 \times 210$	1	
$(1,1,1,1,2)$	$... + 210$	211	
$(1,1,1,1,3)$	$... + 210$	421	
$(1,1,1,1,4)$	$... + 210$	631	
$(1,1,1,1,5)$	$... + 210$	841	
$(1,1,1,1,6)$	$... + 210$	1051	
$(1,1,1,1,8)$	$... + 420$	1471	
$(1,1,1,1,9)$	$... + 210$	1681	
$(1,1,1,1,10)$	$... + 210$	1891	
$(1,1,1,3,1)$	$1 \times 1155 + 1 \times 1540 + 1 \times 1386 + 3 \times 330 + 1 \times 210$	661	
$(1,1,1,3,2)$	$... + 210$	871	
$(1,1,1,3,3)$	$... + 210$	1081	
$(1,1,1,3,4)$	$... + 210$	1291	
$(1,1,1,3,5)$	$... + 210$	1501	
$(1,1,1,3,6)$	$... + 210$	1711	
$(1,1,1,3,8)$	$... + 420$	2131	
$(1,1,1,3,9)$	$... + 210$	31	$*$
$(1,1,1,3,10)$	$... + 210$	241	
$(1,1,1,4,1)$	$1 \times 1155 + 1 \times 1540 + 1 \times 1386 + 4 \times 330 + 1 \times 210$	991	
$(1,1,1,4,2)$	$... + 210$	1201	
$(1,1,1,4,3)$	$... + 210$	1411	
$(1,1,1,4,4)$	$... + 210$	1621	
$(1,1,1,4,5)$	$... + 210$	1831	
$(1,1,1,4,6)$	$... + 210$	2041	
$(1,1,1,4,8)$	$... + 420$	151	
$(1,1,1,4,9)$	$... + 210$	361	
$(1,1,1,4,10)$	$... + 210$	471	
$(1,1,1,5,1)$	$1 \times 1155 + 1 \times 1540 + 1 \times 1386 + 5 \times 330 + 1 \times 210$	1321	
$(1,1,1,5,2)$	$... + 210$	1531	
$(1,1,1,5,3)$	$... + 210$	1741	
$(1,1,1,5,4)$	$... + 210$	1951	
$(1,1,1,5,5)$	$... + 210$	2161	
$(1,1,1,5,6)$	$... + 210$	61	$*$
$(1,1,1,5,8)$	$... + 420$	481	
$(1,1,1,5,9)$	$... + 210$	691	
$(1,1,1,5,10)$	$... + 210$	901	
$(1,1,1,6,1)$	$1 \times 1155 + 1 \times 1540 + 1 \times 1386 + 1 \times 330 + 1 \times 210$	1651	
$(1,1,1,6,2)$	$... + 210$	1861	
$(1,1,1,6,3)$	$... + 210$	2071	
$(1,1,1,6,4)$	$... + 210$	2281	
$(1,1,1,6,5)$	$... + 210$	181	
$(1,1,1,6,6)$	$... + 210$	391	
$(1,1,1,6,8)$	$... + 420$	811	
$(1,1,1,6,9)$	$... + 210$	1021	
$(1,1,1,6,10)$	$... + 210$	1231	

- *rappel :* $x = 128 = (0, 2, 3, 2, 7)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*($\neq 0$) (*mod* 210)	*D.G. de* 128
$(1,1,2,1,1)$	$1 \times 1155 + 1 \times 1540 + 2 \times 1386 + 1 \times 330 + 1 \times 210$	1387	
$(1,1,2,1,2)$	$... + 210$	1597	
$(1,1,2,1,3)$	$... + 210$	1807	
$(1,1,2,1,4)$	$... + 210$	2017	
$(1,1,2,1,5)$	$... + 210$	2227	
$(1,1,2,1,6)$	$... + 210$	127	
$(1,1,2,1,8)$	$... + 420$	547	
$(1,1,2,1,9)$	$... + 210$	757	
$(1,1,2,1,10)$	$... + 210$	967	
$(1,1,2,3,1)$	$1 \times 1155 + 1 \times 1540 + 2 \times 1386 + 3 \times 330 + 1 \times 210$	2047	
$(1,1,2,3,2)$	$... + 210$	2257	
$(1,1,2,3,3)$	$... + 210$	157	
$(1,1,2,3,4)$	$... + 210$	367	
$(1,1,2,3,5)$	$... + 210$	577	
$(1,1,2,3,6)$	$... + 210$	787	
$(1,1,2,3,8)$	$... + 420$	1207	
$(1,1,2,3,9)$	$... + 210$	1417	
$(1,1,2,3,10)$	$... + 210$	1627	
$(1,1,2,4,1)$	$1 \times 1155 + 1 \times 1540 + 2 \times 1386 + 4 \times 330 + 1 \times 210$	67	$*$
$(1,1,2,4,2)$	$... + 210$	277	
$(1,1,2,4,3)$	$... + 210$	487	
$(1,1,2,4,4)$	$... + 210$	697	
$(1,1,2,4,5)$	$... + 210$	907	
$(1,1,2,4,6)$	$... + 210$	1117	
$(1,1,2,4,8)$	$... + 420$	1537	
$(1,1,2,4,9)$	$... + 210$	1747	
$(1,1,2,4,10)$	$... + 210$	1957	
$(1,1,2,5,1)$	$1 \times 1155 + 1 \times 1540 + 2 \times 1386 + 5 \times 330 + 1 \times 210$	397	
$(1,1,2,5,2)$	$... + 210$	607	
$(1,1,2,5,3)$	$... + 210$	817	
$(1,1,2,5,4)$	$... + 210$	1027	
$(1,1,2,5,5)$	$... + 210$	1237	
$(1,1,2,5,6)$	$... + 210$	1447	
$(1,1,2,5,8)$	$... + 420$	1657	
$(1,1,2,5,9)$	$... + 210$	1867	
$(1,1,2,5,10)$	$... + 210$	2077	
$(1,1,2,6,1)$	$1 \times 1155 + 1 \times 1540 + 2 \times 1386 + 6 \times 330 + 1 \times 210$	727	
$(1,1,2,6,2)$	$... + 210$	937	
$(1,1,2,6,3)$	$... + 210$	1147	
$(1,1,2,6,4)$	$... + 210$	1357	
$(1,1,2,6,5)$	$... + 210$	1567	
$(1,1,2,6,6)$	$... + 210$	1777	
$(1,1,2,6,8)$	$... + 420$	2197	
$(1,1,2,6,9)$	$... + 210$	97	$*$
$(1,1,2,6,10)$	$... + 210$	307	

- *rappel :* $x = 128 = (0, 2, 3, 2, 7)$

coordonnées	*combinaison linéaire*	*sol.min.*($\neq 0$) (*mod* 210)	*D.G. de* 128
$(1,1,4,1,1)$	$1 \times 1155 + 1 \times 1540 + 4 \times 1386 + 1 \times 330 + 1 \times 210$	1849	
$(1,1,4,1,2)$	$... + 210$	2059	
$(1,1,4,1,3)$	$... + 210$	2269	
$(1,1,4,1,4)$	$... + 210$	169	
$(1,1,4,1,5)$	$... + 210$	379	
$(1,1,4,1,6)$	$... + 210$	589	
$(1,1,4,1,8)$	$... + 420$	1009	
$(1,1,4,1,9)$	$... + 210$	1219	
$(1,1,4,1,10)$	$... + 210$	1429	
$(1,1,4,3,1)$	$1 \times 1155 + 1 \times 1540 + 4 \times 1386 + 3 \times 330 + 1 \times 210$	199	
$(1,1,4,3,2)$	$... + 210$	409	
$(1,1,4,3,3)$	$... + 210$	619	
$(1,1,4,3,4)$	$... + 210$	829	
$(1,1,4,3,5)$	$... + 210$	1039	
$(1,1,4,3,6)$	$... + 210$	1249	
$(1,1,4,3,8)$	$... + 420$	1669	
$(1,1,4,3,9)$	$... + 210$	1879	
$(1,1,4,3,10)$	$... + 210$	2089	
$(1,1,4,4,1)$	$1 \times 1155 + 1 \times 1540 + 4 \times 1386 + 4 \times 330 + 1 \times 210$	529	
$(1,1,4,4,2)$	$... + 210$	739	
$(1,1,4,4,3)$	$... + 210$	949	
$(1,1,4,4,4)$	$... + 210$	1159	
$(1,1,4,4,5)$	$... + 210$	1369	
$(1,1,4,4,6)$	$... + 210$	1579	
$(1,1,4,4,8)$	$... + 420$	1999	
$(1,1,4,4,9)$	$... + 210$	2209	
$(1,1,4,4,10)$	$... + 210$	109	$*$
$(1,1,4,5,1)$	$1 \times 1155 + 1 \times 1540 + 4 \times 1386 + 5 \times 330 + 1 \times 210$	859	
$(1,1,4,5,2)$	$... + 210$	1069	
$(1,1,4,5,3)$	$... + 210$	1279	
$(1,1,4,5,4)$	$... + 210$	1489	
$(1,1,4,5,5)$	$... + 210$	1699	
$(1,1,4,5,6)$	$... + 210$	1909	
$(1,1,4,5,8)$	$... + 420$	19	$*$
$(1,1,4,5,9)$	$... + 210$	229	
$(1,1,4,5,10)$	$... + 210$	439	
$(1,1,4,6,1)$	$1 \times 1155 + 1 \times 1540 + 4 \times 1386 + 6 \times 330 + 1 \times 210$	1189	
$(1,1,4,6,2)$	$... + 210$	1399	
$(1,1,4,6,3)$	$... + 210$	1609	
$(1,1,4,6,4)$	$... + 210$	1819	
$(1,1,4,6,5)$	$... + 210$	2029	
$(1,1,4,6,6)$	$... + 210$	2239	
$(1,1,4,6,8)$	$... + 420$	349	
$(1,1,4,6,9)$	$... + 210$	559	
$(1,1,4,6,10)$	$... + 210$	769	

On constate qu'il y a très peu de nombres qui sont inférieurs à $64 = 128/2$ (seulement 6) dont on est assuré qu'ils sont bien des décomposants de Goldbach de 128.