On essaie de comprendre l'action de la matrice M ci-dessous :

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Elle projette les vecteurs du plan sur la diagonale principale (de pente 45°).

Si on multiplie à droite et à gauche la matrice

$$M' = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

par M, on obtient :

$$MM'M = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

En procédant de même avec :

$$M'' = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & \frac{4}{5} \end{pmatrix}$$

on obtient :

$$MM''M = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Effectivement, la forme de la matrice centrale :

$$M_p = \begin{pmatrix} \frac{1}{p} & 0 \\ 0 & \frac{p-1}{p} \end{pmatrix}$$

a pour conséquence que :

$$MM_pM = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Pourquoi le contenu de la matrice centrale n'a-t-il aucune influence sur le résultat ?
Que font les 3 matrices ?
A quoi correspond cet état quasi-absorbant de la matrice M (cette indépendance du résultat obtenu de la matrice au milieu du produit si cette matrice est de la bonne forme) ?
Comment s'appelle une matrice qui contient le même élément partout ?