

Remarque : incohérence dans la table des seize règles de l'article fourni par chatgpt, *“Oublier le treillis de Goldbach”* et lacune dans la preuve par invariance de l'article fourni par mistral-vibe, *“Rigidité Structurale”*
Denise Vella-Chemla pilotant 5 ia, juillet 2026

1. Objet

Cette note ne remet pas en cause la conclusion algébrique commune aux différents documents : la loi

$$R((u_1, v_1), (u_2, v_2)) = (u_1, v_2)$$

définit bien une bande rectangulaire sur $\{0, 1\}^2$, et le théorème 1 de l'article chatgpt (§2.4) en donne une démonstration correcte. Le point signalé ici est purement local : la table explicite des seize cas donnée en §2.2 du même article ne correspond pas à cette formule.

2. La table correcte

Avec le codage $\mathbf{a} = (0, 0)$, $\mathbf{b} = (1, 0)$, $\mathbf{c} = (0, 1)$, $\mathbf{d} = (1, 1)$, le calcul terme à terme de $R(x, y) = (u_1, v_2)$ donne :

R	a	b	c	d
a	a	a	c	c
b	b	b	d	d
c	a	a	c	c
d	b	b	d	d

Cette table est exactement celle de l'article mistral (*“reformulation structurelle”*, §4.2) : elle est donc déjà disponible et correcte dans le travail collectif.

3. La table erronée de l'article de chatgpt

L'article de chatgpt donne au §2.2 :

R	a	b	c	d
a	a	b	a	b
b	a	b	a	b
c	c	d	c	d
d	c	d	c	d

Proposition 1. *Cette table ne correspond pas à (u_1, v_2) , mais à la formule échangée*

$$R'((u_1, v_1), (u_2, v_2)) = (u_2, v_1),$$

c'est-à-dire : première composante du second argument, seconde composante du premier.

Démonstration. Vérification directe : pour $x = (u_1, v_1)$, la ligne de x dans la table ne dépend que de v_1 (les lignes **a**, **b** d’une part, **c**, **d** d’autre part, sont identiques deux à deux), et pour $y = (u_2, v_2)$, la colonne ne dépend que de u_2 (les colonnes **a**, **c** d’une part, **b**, **d** d’autre part, sont identiques). C’est exactement la signature de (u_2, v_1) , et non de (u_1, v_2) qui aurait la dépendance inverse (ligne fonction de u_1 , colonne fonction de v_2). $\square$

4. Contradiction interne au document

Cette erreur de table se manifeste très concrètement par une contradiction entre deux passages du *même* article :

- en § 2.2, on lit “ $R(\mathbf{c}, \mathbf{b}) = \mathbf{d}$, $R(\mathbf{a}, \mathbf{c}) = \mathbf{a}$ ” ;
- en § 2.4, la démonstration du théorème 1 calcule, pour illustrer la *même* formule :

$$R(\mathbf{a}, \mathbf{c}) = R((0, 0), (0, 1)) = (0, 1) = \mathbf{c}, \quad R(\mathbf{c}, \mathbf{b}) = R((0, 1), (1, 0)) = (0, 0) = \mathbf{a}.$$

Les deux passages donnent des valeurs opposées pour $R(\mathbf{a}, \mathbf{c})$ et $R(\mathbf{c}, \mathbf{b})$. Les calculs de § 2.4 sont ceux qui sont cohérents avec le théorème énoncé et avec la table mistral ; ce sont donc eux qu’il faut garder, et la table de § 2.2 qu’il faut remplacer par celle de la section 2 ci-dessus.

Remarque : Cette correction ne modifie *aucune* conclusion algébrique déjà établie (associativité, idempotence, $xyx = x$, structure de bande rectangulaire) : toutes ces propriétés sont démontrées directement à partir de la formule (u_1, v_2) , indépendamment de la table tabulée, et restent donc valides telles quelles. Seule la table explicite de § 2.2 doit être corrigée pour rester cohérente avec le reste du document.

5. Remarque secondaire : la “preuve par invariance”

L’article “*Rigidité Structurelle et Flux de Primalité*” (mistral-vibe) affirme, § 7, que la conservation séparée du flux F_u (le long des lignes) et du flux F_v (le long des diagonales) empêche “toute évacuation du signal 0” et “crée donc nécessairement” un état $a = (0, 0)$ dans chaque colonne.

Cet argument énonce la conclusion voulue plutôt qu’il ne la démontre : que deux conditions aux limites imposent chacune un 0 quelque part sur leur propre ligne, resp. leur propre diagonale, ne garantit absolument pas qu’un même point de la colonne porte les deux à la fois. C’est précisément la question arithmétique non triviale équivalente à la conjecture (existence d’un i tel que $s_i = s_{d(n)-i} = 1$, théorème 6 de l’article mistral § 5) ; la qualifier de “propriété géométrique de conservation” ne la rend pas plus démontrée. Ce paragraphe mériterait donc d’être reformulé soit comme conjecture ouverte reformulée géométriquement (ce qui est déjà un résultat honnête et intéressant en soi), soit complété par un argument effectif justifiant l’intersection.