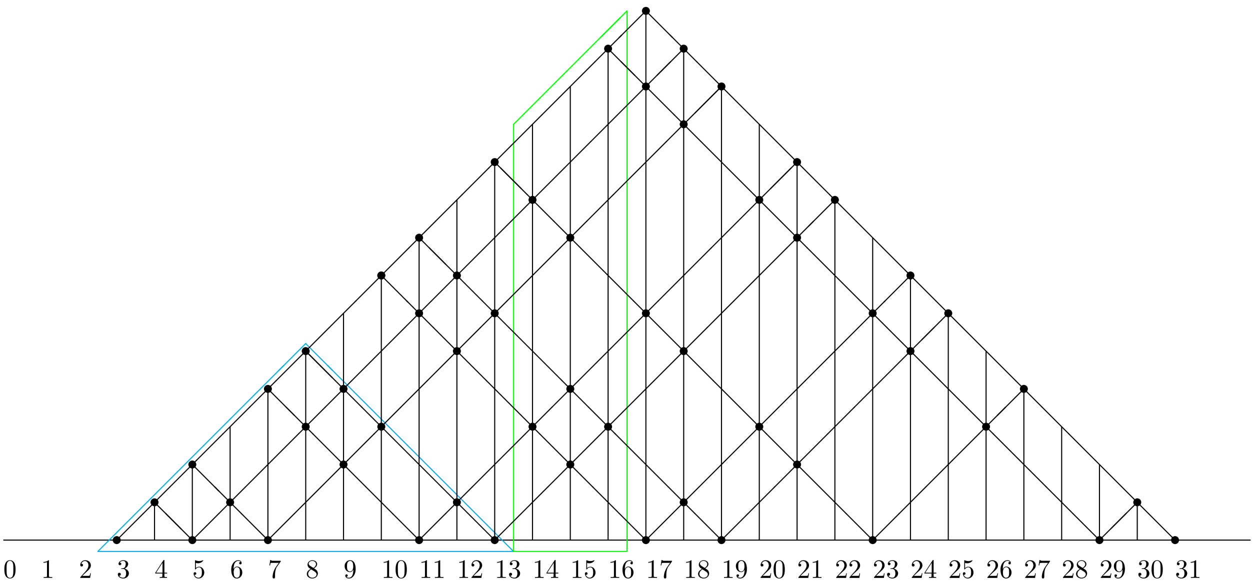
On note $\mathbb{P}_{i\in\mathbb{N}}$, la suite croissante des nombres premiers impairs. $p_1 = 3,\ p_2 = 5,\ p_3 = 7\ldots$
On cherche à démontrer par récurrence la propriété $g(k)\ :\ \forall\ x\ \leq\ p_k+3,\ \exists\ p_i,\ p_j \in \mathbb{P}_k,\ x = p_i + p_j$.

1) $g(1)$ puisque $6 = 3 + 3$.

2) $g(k) \implies g(k+1)$.

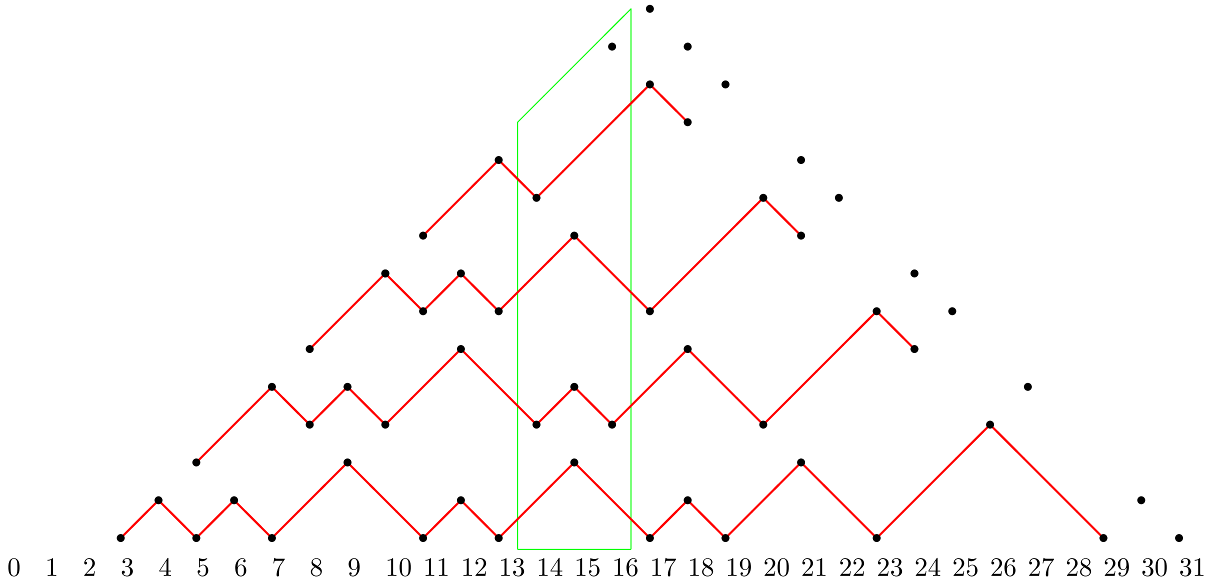
$$g(k): \begin{array}{l} 6 = p_{[6,1]} + p_{[6,2]} \\ 8 = p_{[8,1]} + p_{[8,2]} \\ 10 = p_{[10,1]} + p_{[10,2]} \\ \vdots \\ p_k + 3 = p_{[p_k+3,1]} + p_{[p_k+3,2]} \end{array}$$

Il faut montrer que l'existence de décompositions de Goldbach pour les nombres pairs de 6 à p_k+3 entraîne l'existence de décompositions de Goldbach pour les nombres pairs de p_k+5 à $p_{k+1}+3$.
Dans le maillage de représentation des décompositions, on a entouré la partie du maillage représentant les décompositions de Goldbach des nombres de p_k+5 à $p_{k+1}+3$ pour $p_k = 23$.



$(D.\ Vella - Chemla,\ 7/3/2012)$

Peut-être que la notion de “mots de Dyck”, illustrée en rouge dans le maillage ci-dessous, peut aider à compter le nombre de décompositions de Goldbach contenues par la zone délimitée en vert.



$(D.\ Vella - Chemla,\ 9/3/2012)$