*Discret / continu (DV, 23/6/2015)*

1) On a deux opérateurs représentés par des matrices, l'une contenant des réels, l'autre contenant des entiers, sur lesquels se focaliser :

- La matrice de réels contient des éléments de la forme $cos\dfrac{2\pi no}{b}$ ; par exemple, la matrice associée à $n = 10$ est :

$$\begin{pmatrix}
cos\frac{20\pi1}{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
cos\frac{20\pi1}{2} & cos\frac{20\pi2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
cos\frac{20\pi1}{3} & cos\frac{20\pi2}{3} & cos\frac{20\pi3}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
cos\frac{20\pi1}{4} & cos\frac{20\pi2}{4} & cos\frac{20\pi3}{4} & cos\frac{20\pi4}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
cos\frac{20\pi1}{5} & cos\frac{20\pi2}{5} & cos\frac{20\pi3}{5} & cos\frac{20\pi4}{5} & cos\frac{20\pi5}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
cos\frac{20\pi1}{6} & cos\frac{20\pi2}{6} & cos\frac{20\pi3}{6} & cos\frac{20\pi4}{6} & cos\frac{20\pi5}{6} & cos\frac{20\pi6}{6} & 0 & 0 & 0 & 0\\
cos\frac{20\pi1}{7} & cos\frac{20\pi2}{7} & cos\frac{20\pi3}{7} & cos\frac{20\pi4}{7} & cos\frac{20\pi5}{7} & cos\frac{20\pi6}{7} & cos\frac{20\pi7}{7} & 0 & 0 & 0\\
cos\frac{20\pi1}{8} & cos\frac{20\pi2}{8} & cos\frac{20\pi3}{8} & cos\frac{20\pi4}{8} & cos\frac{20\pi5}{8} & cos\frac{20\pi6}{8} & cos\frac{20\pi7}{8} & cos\frac{20\pi8}{8} & 0 & 0\\
cos\frac{20\pi1}{9} & cos\frac{20\pi2}{9} & cos\frac{20\pi3}{9} & cos\frac{20\pi4}{9} & cos\frac{20\pi5}{9} & cos\frac{20\pi6}{9} & cos\frac{20\pi7}{9} & cos\frac{20\pi8}{9} & cos\frac{20\pi9}{9} & 0\\
cos\frac{20\pi1}{10} & cos\frac{20\pi2}{10} & cos\frac{20\pi3}{10} & cos\frac{20\pi4}{10} & cos\frac{20\pi5}{10} & cos\frac{20\pi6}{10} & cos\frac{20\pi7}{10} & cos\frac{20\pi8}{10} & cos\frac{20\pi9}{10} & cos\frac{20\pi10}{10}
\end{pmatrix}$$

  La somme des éléments de la ligne $d$ vaut $d$ si $d \mid n$ et vaut 0 sinon.
  La somme de tous les éléments de la matrice vaut donc $\sigma(n)$, qui est la somme des diviseurs de $n$.

- La matrice d'entiers contient des éléments $M_{n,d} = d$ si $d \mid n$ et 0 sinon.

$$\begin{pmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
1 & 2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
1 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0\\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & 0 & 0\\
1 & 2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0\\
1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0\\
1 & 2 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10
\end{pmatrix}$$

Ici, $\sigma(n)$ est la somme des éléments de la dernière ligne.

On est plutôt portée, depuis le début de ces recherches, vers une modélisation discrète, booléenne (binaire) étant l'idéale.

2) Comme cela est visible sur les tables de vérité logique de $\wedge$ et $\vee$ ci-dessous, si on pose que $1 + 1 = 1$, *min* équivaudrait à $\wedge$ et $+$ équivaudrait à $\vee$.

| $\wedge$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |

| $\vee$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |