Matrices de passage entre les différents états (Denise Vella-Chemla, 11.7.2016)

Dans http://denise.vella.chemla.free.fr/petitpont.pdf, on a choisi de représenter chaque nombre pair n par un triplet de booléens $b_1(n)b_2(n)b_3(n)$ selon les caractères de primalité de $n-3$ et des deux nombres “autour de la moitié” de n (i.e. $\frac{n}{2}$ et $\frac{n}{2}$ si n est un $4k+2$ ou bien $\frac{n-2}{2}$ et $\frac{n+2}{2}$ si n est un $4k$).

Chaque triplet de booléens est le codage binaire d'un nombre compris entre 0 et 7 (par exemple, $000 = 0, 100 = 4$ et $111 = 7$).

Notre but est de dénombrer les fréquences d'apparition de certains motifs de passage d'un triplet de booléens à un autre lorsqu'on passe d'un nombre pair au suivant. Par programme, on calcule le contenu de matrices, chaque case contenant le nombre de passages de tel état à tel autre, pour n inférieur à certaines valeurs (de 10^3 à 10^8).

n nombre pair compris entre 6 et 1000

	000	001	010	011	100	101	110	111
000	3	7	0	0	13	24	0	0
001	0	0	0	0	0	0	0	18
010	12	0	0	0	18	0	0	0
011	0	0	0	14	0	0	15	43
100	10	12	0	0	23	27	0	0
101	0	0	0	13	0	0	0	38
110	21	0	0	0	18	0	0	0
111	0	0	30	45	0	0	24	70

n nombre pair compris entre 6 et 10 000

	000	001	010	011	100	101	110	111
000	3	32	0	0	43	156	0	0
001	0	0	0	0	0	0	0	107
010	55	0	0	0	99	0	0	0
011	0	0	0	116	0	0	91	527
100	36	75	0	0	171	279	0	0
101	0	0	0	77	0	0	0	357
110	139	0	0	0	248	0	0	0
111	0	0	154	541	0	0	296	1396

n nombre pair compris entre 6 et 100 000

	000	001	010	011	100	101	110	111
000	3	133	0	0	205	998	0	0
001	0	0	0	0	0	0	0	670
010	213	0	0	0	680	0	0	0
011	0	0	0	876	0	0	599	5215
100	140	537	0	0	1063	2759	0	0
101	0	0	0	528	0	0	0	3228
110	982	0	0	0	2551	0	0	0
111	0	0	893	5286	0	0	2934	19505

n nombre pair compris entre 6 et 1 000 000

	000	001	010	011	100	101	110	111
000	3	747	0	0	970	6989	0	0
001	0	0	0	0	0	0	0	4298
010	1101	0	0	0	4701	0	0	0
011	0	0	0	6319	0	0	4295	49075
100	793	3551	0	0	7365	25685	0	0
101	0	0	0	3529	0	0	0	29145
110	6811	0	0	0	24358	0	0	0
111	0	0	5802	49841	0	0	26874	237746

n nombre pair compris entre 6 et 10 000 000

	000	001	010	011	100	101	110	111
000	3	4456	0	0	5927	51023	0	0
001	0	0	0	0	0	0	0	30737
010	6790	0	0	0	34307	0	0	0
011	0	0	0	47732	0	0	30971	452633
100	4687	26281	0	0	54310	234289	0	0
101	0	0	0	25968	0	0	0	259343
110	49928	0	0	0	225023	0	0	0
111	0	0	41097	457636	0	0	243980	2712877

n nombre pair compris entre 6 et 100 000 000

	000	001	010	011	100	101	110	111
000	3	28841	0	0	37602	392018	0	0
001	0	0	0	0	0	0	0	229551
010	43330	0	0	0	262789	0	0	0
011	0	0	0	368139	0	0	237421	4161761
100	30300	200710	0	0	410298	2140463	0	0
101	0	0	0	199266	0	0	0	2333215
110	384830	0	0	0	2071082	0	0	0
111	0	0	306119	4199916	0	0	2218491	29743853

12.7.2016 : On réussit à identifier sur la matrice jusqu'à 1 000 000 quelques relations de proximité entre certaines différences qu'il faudrait expliquer, une fois identifié à quels passages ces nombres correspondent. On les note succinctement pour rappel au cas où...

- 1er nombre $\simeq$ 10ème nombre : $747 \simeq 793$;
- 4ème nombre $\simeq$ 8ème nombre : $4298 \simeq 4295$;
- 11ème nombre $\simeq$ 14ème nombre : $3551 \simeq 3529$;
- $|n_{16} - n_7| \simeq |n_7 - n_{18}|$: $6811 - 6319 \simeq 6319 - 5802$;
- $|n_{18} - n_{14}| \simeq |n_{15} - n_{20}|$: $5802 - 3529 \simeq 29145 - 26874$.
- $|n_{10} - n_1| + |n_{11} - n_{14}| + |n_5 - n_2| \simeq |n_9 + n_{13} + n_3| - |n_{19} + n_{17} + n_{12}|$:
  $(793 - 747) + (3551 - 3529) + (1101 - 970) \simeq (49841 + 24358 + 7365) - (49075 + 25685 + 6989)$.

13.7.2016 : rectification après de multiples calculs sur lesquels on n'arrive pas à sauter à pieds joints :

- les totaux par colonne et ligne sont égaux, forcément ;
- du coup, la somme des nombres dans la partie haute-droite des matrices est égale à la somme des nombres dans leur partie basse-gauche ;

- la somme des nombres des 4 premières colonnes (ou des 4 premières lignes) fournit le nombre de nombres premiers jusqu'à n, mais calculé selon qu'on entre ou sort d'un nombre premier, les matrices étant des matrices de passage (pour rappel, $\pi(10^3) = 168, \pi(10^4) = 1229, \pi(10^5) = 9592, \pi(10^6) = 78498, \pi(10^7) = 664579, \pi(10^8) = 5761455$) ;

- on a réussi à trouver une relation complètement exacte entre certaines cases :

$$||c38 - c46| - |c86 - c78|| = |c74 - c82|$$

- on a vérifié sur les 6 matrices le fait que les nombres des cases $c15$ et $c21$ d'une part, ou bien des cases $c25$ et $c46$ d'autre part, sont proches.