- Dans un travail précédent, on a utilisé une matrice carrée de booléens contenant les lettres des préfixes de puissances de mots binaires pour trouver les décomposants de Goldbach d'un nombre pair $2a$ donné.
- La matrice en question est de taille $m \times m$ avec $m = \lfloor \frac{a-1}{2} \rfloor$ (m est le nombre de nombres impairs supérieurs ou égaux à 3 et inférieurs ou égaux à a).
- On se concentre dans un premier temps sur les nombres pairs double de nombres pairs.
- Les éléments de la matrice $M(i,j)$ sont tels que :

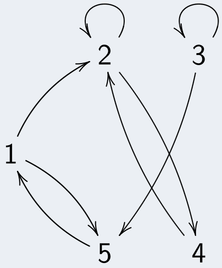
$$M(i,j) = 1 \iff (2i+1 \mid a-2j+1) \vee (2i+1 \mid a+2j-1)$$

- Pour le nombre pair 24, la matrice ainsi obtenue est :

	13 11	15 9	17 7	19 5	21 3
3	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	0
7	0	0	1	0	1
9	0	1	0	0	0
11	1	0	0	0	0

- Trouver les décomposants de Goldbach de *2a* est équivalent à trouver dans la matrice d'incidence les colonnes ne comptant qu'un seul 1 sur la diagonale.

- Cette matrice peut être regardée comme la matrice d'incidence du graphe d'ordre 5 suivant :



- Trouver les décomposants de Goldbach de $2a$ est équivalent à trouver les sommets du graphe de divisibilité qui n'ont qu'un seul antécédent.

- Si l'on reprend la façon dont sont définis les éléments de la matrice,
  un sommet y n'a qu'un seul antécédent si et seulement si quel que soit x différent de $m+1-y$, $M(x,y)=0$.
- Ceci est équivalent à :

  $(2\text{x}{+}1 \nmid a - 2y + 1) \wedge (2x + 1 \nmid a + 2y - 1)$

- Dans le graphe, on trouve que les trois sommets 1, 3 et 4 n'ont qu'un seul antécédent.
- y=1 est une colonne satisfaisante car
  pour x=1, 2, 3 et 4,
  $(3 \nmid 11) \wedge (3 \nmid 13) \wedge (5 \nmid 11) \wedge (5 \nmid 13)$
  $\wedge (7 \nmid 11) \wedge (7 \nmid 13) \wedge (9 \nmid 11) \wedge (9 \nmid 13)$
- y=3 est également une colonne satisfaisante car
  pour x = 1, 2, 4 et 5,
  $(3 \nmid 7) \wedge (3 \nmid 17) \wedge (5 \nmid 7) \wedge (5 \nmid 17)$
  $\wedge (9 \nmid 7) \wedge (9 \nmid 17) \wedge (11 \nmid 7) \wedge (11 \nmid 17)$
- Enfin, y=4 est également une colonne satisfaisante car
  pour x = 1, 3, 4 et 5,
  $(3 \nmid 5) \wedge (3 \nmid 19) \wedge (7 \nmid 5) \wedge (7 \nmid 19)$
  $\wedge (9 \nmid 5) \wedge (9 \nmid 19) \wedge (11 \nmid 5) \wedge (11 \nmid 19)$.

- La question est donc : “pourquoi, lorsque je prends $m-1$ impairs tous différents parmi les m premiers impairs supérieurs ou égaux à 3, il existe toujours 2 nombres à égale distance de $2m+2$ que tous les $m-1$ impairs choisis ne divisent pas ?”.
- Je sais seulement que j'ai m façons de choisir $m-1$ impairs tous différents parmi m impairs.