

Traduction d'un court texte de Alain Connes

Je crois que les mathématiques sont un moyen pour l'esprit humain de créer des concepts. À bien des égards, elles jouent un rôle que la philosophie aurait pu jouer dans la création de concepts applicables au monde réel. Leur évolution et leur utilisation concrète prennent du temps, mais le véritable moteur de cette création, ce sont les mathématiques. Leurs concepts, liés notamment aux formes et aux notions abstraites, sont bien plus subtils et diversifiés que les nombres. Le grand public n'en a probablement pas conscience. Les mathématiciens n'utilisent les nombres que lorsque c'est nécessaire. On pourrait dire que l'idée d'énergie provient de la physique, mais en réalité, elle trouve son origine dans les mathématiques. Les mathématiques sont le langage ultime où se cristallisent des idées abstraites qui deviennent extrêmement précises et peuvent ensuite être utilisées dans différents domaines. Parallèlement, les mathématiques peuvent se révéler très difficiles, car elles sont rigides. C'est une réalité inflexible : on ne peut pas tout contrôler. Cela peut être intimidant. Il ne faut pas avoir peur. Il y a une belle citation d'Alexander Grothendieck qui a dit : "Avoir peur de faire une erreur, c'est comme avoir peur de la vérité."

Il y a une histoire, celle de l'enfant d'un ami, qui illustre très clairement l'essence des mathématiques. À cinq ans, il était à la plage avec son père. Il avait été assez malade à trois ans et son père s'inquiétait toujours un peu pour sa santé. Pendant une heure, l'enfant est resté assis tranquillement sur la plage, l'air pâle. Le père était inquiet. Puis l'enfant est venu vers son père et a dit : "Papa, il n'y a pas de plus grand nombre." Le père était stupéfait. Le père, qui n'était pas mathématicien, a demandé : "Comment le sais-tu ?" L'enfant lui a donné une preuve. On entend beaucoup d'absurdités sur les enfants qui apprennent à compter sur leurs doigts. Voici un petit enfant de cinq ans qui a découvert, par lui-même, un fait mathématique vrai, et il l'a trouvé dans son cerveau, pas dans un livre. Il l'a découvert par la seule force de sa pensée et en a trouvé la preuve. Voilà l'essence des mathématiques. Bien sûr, il existe une tradition. Les livres ne manquent pas, et les connaissances acquises ne disparaissent pas simplement parce qu'elles sont démontrées. Par ailleurs, les mathématiques permettent un contact direct, sans intermédiaire. C'est là leur caractéristique la plus frappante. On peut être complètement seul et pourtant réfléchir aux mathématiques. On ne se plongera pas forcément dans les mathématiques les plus importantes du moment, car cela exige d'être au courant des dernières avancées. Je ne dis pas qu'il faut travailler en vase clos. On n'irait nulle part autrement. Mais ce que je veux dire, c'est que quand on commence à devenir mathématicien, l'étape clé est de réaliser qu'à un moment donné, il faut arrêter de lire des livres. Il faut penser par soi-même. Il faut devenir sa propre autorité. Il n'y a pas d'autorité à laquelle se référer. À un moment donné, il faut réaliser que le fait que quelque chose soit écrit dans un livre ou non n'a pas d'importance. Ce qui compte, c'est d'avoir une preuve et d'en être sûr. Le reste n'a pas d'importance. Cela peut arriver très tôt à un enfant.

En ce qui concerne mon propre travail, ma thèse, vous avez le point de vue cartésien, qui est la géométrie ordinaire. Ici, vous avez des coordonnées, etc. Mais il existe des espaces plus complexes, car ce sont des espaces où l'on ne considère pas seulement les points des ensembles, mais aussi les relations entre les points. Ces nouveaux ensembles, des ensembles avec des relations, peuvent être décrits par des algèbres, mais ces algèbres ne sont pas commutatives. Cela a été découvert au départ par des physiciens et cela peut être expliqué extrêmement simplement : quand on écrit un mot sur

une feuille de papier, il faut faire attention à l'ordre des lettres. Un ami m'a écrit un courriel et, pendant un certain temps, je n'en comprenais pas le sens, car à quatre endroits, je n'arrivais pas à en saisir le sens. Il m'a fallu un certain temps pour réaliser qu'il s'agissait de mon propre nom, mais écrit dans un ordre différent. En calcul différentiel et intégral, ou en algèbre ordinaire, on peut permuter les lettres. L'ordre des lettres n'a pas d'importance. Si vous écrivez 3×5 , c'est la même chose que 5×3 . En physique, on a constaté que ce n'est pas le cas lorsqu'on observe des systèmes microscopiques. Il faut être plus rigoureux, plus attentif. Dans ma thèse, j'ai découvert que si l'on considère les algèbres où l'on prête attention à l'ordre, la notion de temps émerge. Le temps émerge de cette non-commutativité : le fait de prêter attention à l'ordre des lettres. Cela m'a conduit à mes travaux sur la classification des facteurs. Après dix ans de travail, j'ai développé une géométrie nouvelle et complète, appelée "géométrie non commutative", qui affine les concepts géométriques usuels et les applique à de nouveaux espaces. Ces espaces possèdent des propriétés étonnantes qui engendrent leur propre temps. Non seulement ils génèrent leur propre temps, mais ils présentent aussi des caractéristiques permettant de les refroidir ou de les réchauffer. On peut ainsi faire de la thermodynamique avec eux. Il existe une branche entièrement nouvelle de la géométrie et de l'algèbre liée à ces nouveaux espaces, appelée géométrie non commutative, à laquelle j'ai consacré la quasi-totalité de ma vie.