

**Permutations dans le groupe symétrique : mots écrits avec les écarts entre premiers, Denise Vella-Chemla, mai 2026.**

On ne parvient toujours pas à démontrer l'existence d'une décomposition en somme de deux nombres premiers pour tout nombre pair mais on fournit ici la nouvelle façon qu'on a de voir la recherche des décompositions, basée sur l'existence de centres dans des graphes triangulaires. On peut déplacer une fois encore le problème en étudiant des permutations particulières de mots.

On fournit simplement des exemples.

$E$  contient 0, suivi des nombres premiers compris entre 3 et  $n - 3$  inclus, et  $n$ .

$\Delta$  contient les écarts entre les nombres successifs de  $E$  (son cardinal est donc celui de  $E$  moins 1).

$s_1$  contient tous les éléments de  $\Delta$ , chacun d'eux voyant son occurrence doublée.

$s_k$  s'obtient à partir de  $s_{k-1}$  en permutant tous les nombres deux par deux à partir d'un certain rang. Les premiers et les derniers nombres sont réécrits à l'identique, on a mis des petites croix pour les seuls nombres à permuter.

$$\begin{aligned}
 n &= 6 \\
 E &= 0, 3, 6 \\
 \Delta &= 3, 3 \\
 s_1 &= \begin{array}{cccc} 3 & 3 & 3 & 3 \\ & & \times & \\ s_2 &= & 3 & 3 & 3 & 3 \end{array}
 \end{aligned}$$

coupures :  
dès  $s_1$  (6 est un double de nombre premier) 3/3/3, 3

$$\begin{aligned}
 n &= 8 \\
 E &= 0, 3, 5, 8 \\
 \Delta &= 3, 2, 3 \\
 s_1 &= \begin{array}{cccccc} 3 & 3 & 2 & 2 & 3 & 3 \\ & & \times & & \times & \\ s_2 &= & 3 & 2 & 3 & 3 & 2 & 3 \\ & & & & \times & \\ s_3 &= & 3 & 2 & 3 & 3 & 2 & 3 \end{array}
 \end{aligned}$$

coupures :  
dès  $s_2$  (l'écart de 0 à 3 est identique à l'écart de 5 à 8)  $s_2 : 3, 2/3/3, 2, 3$

$n = 10$

$E = 0, 3, 5, 7, 10$

$\Delta = 3, 2, 2, 3$

$s_1 =$   $\begin{array}{cccccccc} 3 & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 & 3 \\ & \diagdown & \diagup & \diagdown & \diagup & \diagdown & \diagup & \\ & 2 & 3 & 2 & 2 & 3 & 2 & 3 \\ & & \diagdown & \diagup & \diagdown & \diagup & & \\ & & 2 & 3 & 3 & 2 & 2 & 3 \\ & & & \diagdown & \diagup & & & \\ & & & 3 & 3 & 2 & 2 & 3 \end{array}$

coupures :

dès  $s_1$  ou bien  $s_3 : 3/2, 2, 3/3, 2, 2, 3$ .

$n = 12$

$E = 0, 3, 5, 7, 12$

$\Delta = 3, 2, 2, 5$

$s_1 =$   $\begin{array}{cccccccc} 3 & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 & 5 & 5 \\ & \diagdown & \diagup & \diagdown & \diagup & \diagdown & \diagup & \\ & 2 & 3 & 2 & 2 & 5 & 2 & 5 \\ & & \diagdown & \diagup & \diagdown & \diagup & & \\ & & 2 & 3 & 5 & 2 & 2 & 5 \\ & & & \diagdown & \diagup & & & \\ & & & 5 & 3 & 2 & 2 & 5 \end{array}$

coupures :

dès  $s_2 : 3, 2/3, 2, 2/5, 2, 5$ .

$n = 14$

$E = 0, 3, 5, 7, 11, 14$

$\Delta = 3, 2, 2, 4, 3$

$s_1 =$   $\begin{array}{cccccccc} 3 & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 & 4 & 4 & 3 & 3 \\ & \diagdown & \diagup & \diagdown & \diagup & \diagdown & \diagup & \diagdown & \diagup & \\ & 2 & 3 & 2 & 2 & 4 & 2 & 3 & 4 & 3 \\ & & \diagdown & \diagup & \diagdown & \diagup & \diagdown & \diagup & & \\ & & 2 & 3 & 4 & 2 & 3 & 2 & 4 & 3 \\ & & & \diagdown & \diagup & \diagdown & \diagup & & & \\ & & & 4 & 3 & 3 & 2 & 2 & 4 & 3 \\ & & & & \diagdown & \diagup & & & & \\ & & & & 3 & 3 & 2 & 2 & 4 & 3 \end{array}$

coupures :

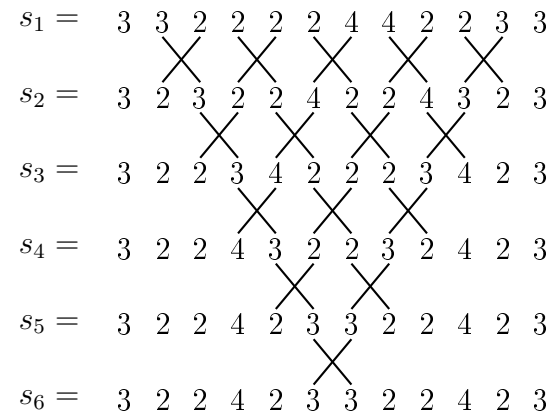
$s_1 : 3, 3, 2, 2, 2, 2/4, 4, 3, 3$ ,

$s_5 = 3, 2, 2, 4, 3/3, 2, 2, 4, 3$

$n = 16$

$E = 0, 3, 5, 7, 11, 13, 16$

$\Delta = 3, 2, 2, 4, 2, 3$



coupures :

$s_4 = 3, 2/2, 4, 3, 2/2, 3, 2, 4, 2, 3,$

$s_5 = 3/2, 2, 4, 2, 3/3, 2, 2, 4, 2, 3,$

$s_6 = 3, 2, 2, 4, 2, 3/3, 2, 2, 4, 2, 3.$

La dernière ligne peut systématiquement être coupée au milieu avec une somme de nombres égale à  $n$  à gauche de la coupure, et identiquement à droite (les deux suites de nombres sont identiques à droite et à gauche).

La première ligne peut être coupée pour les seuls nombres pairs doubles de nombres premiers, c'est l'escalier le plus à droite sur la diagonale de nos triangles dans l'approche par les centres d'un graphe. Par exemple pour  $n = 14$ , on a  $s_1 = 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 = 14$  et  $4 + 4 + 3 + 3 = 14$ .

On ne sait pas pourquoi il existe toujours une suite qui peut être coupée en 3 portions successives, la première suite de nombres ayant pour somme  $p$ , la seconde suite de nombres ayant pour somme  $q$  et la troisième suite de nombres ayant pour somme  $n$ . Le problème reste entier !