Pollen (Denise Vella-Chemla, 2/1/2018)

Cette note est destinée à garder trace de deux idées qu'on aimerait savoir mettre en oeuvre et qui sont liées à la physique :

- ⋆ la première idée provient du fait qu'on peut utiliser la récurrence suivante :

$$\sigma(n) = \frac{12}{n^2(n-1)} \sum_{k=1}^{n-1} (-5k^2 + 5kn - n^2)\sigma(k)\sigma(n-k)$$

  (et $\sigma(1) = 1$) pour calculer la somme des diviseurs $\sigma(n)$ d'un nombre n. Cette formule de récurrence a été proposée par Dominique Giard dans les formules de calcul de la séquence A000203 de l'OEIS. Celui-ci nous a expliqué qu'elle provenait de l'égalité de Chazy, qui était liée aux équations de Painlevé VI. La compréhension de telles équations différentielles est totalement hors de notre portée. Cependant, on a trouvé un article de référence récent [1] qui fournit une analyse détaillée des équations de Painlevé I à VI et qui explique précisément certains calculs pour les équations de Painlevé II. L'article semble permettre de parvenir du système différentiel Fuchsien à l'opérateur hamiltonien qui décrit l'évolution du système (?). On se demande si la mise en relation de tels éléments pourraient servir à comprendre l'ensemble des nombres premiers : un nombre premier p est caractérisé par le fait que la somme de ses diviseurs $\sigma(p)$ est égale à $p + 1$.

- ⋆ la seconde idée consisterait à suivre l'exemple de ceux qui proposent de voir le chaos de l'ensemble des nombres premiers comme similaire au chaos d'un ensemble de grains de pollen et à utiliser pour le comprendre des résultats de physique statistique (cf. [2]) ; on pourrait peut-être considérer qu'il y a n grains dans une cavité et chercher un opérateur physique qui permettrait que seuls $\pi(n)$ (avec $\pi(n)$ le nombre de nombres premiers inférieurs ou égaux à n) grains passent dans une cavité reliée à la première. Il faudrait réussir à utiliser le fait que les nombres premiers ne font pas partie de la moitié (1/2) de l'ensemble de tous les nombres, i.e. ceux qui sont divisibles par 2, du tiers (1/3) de l'ensemble de tous les nombres, ceux qui sont divisibles par 3, (du 1/4 de l'ensemble des nombres, ceux qui sont divisibles par 4 ?), du 1/5 de l'ensemble des nombres, ceux qui sont divisibles par 5, (du 1/6 de l'ensemble des nombres, ceux qui sont divisibles par 6 ?), etc. Dans [2] p. 26 est fournie une formule pour l'équilibre, quand pile la moitié des grains de pollen passent de la cavité gauche à la cavité droite, i.e. quand un état d'équilibre est atteint.

Références

[1] Noncommutative Painlevé equations and systems of Calogero type, M. Bertola, M. Cafasso, V.Rubstov, 2017, https://arxiv.org/pdf/1710.00736.pdf.

[2] Cours de Physique statistique, Ecole polytechnique, G. Montambaux, 2017 https://~~www.equipes.lps.u-psud.fr/Montambaux/polytechnique/PHY433/~~PHY433-2017-amphi1-GM.pdf

lien perdu : j'ai préféré sauvegardé ce cours sur mon site ==> remplacer ce qui est barré par denisevellachemla.eu