J'ai essayé ici de trouver une fonction :

- dont on connaîtrait certaines caractéristiques ;
- qui aurait le même comportement que la fonction modulo ;
- et qu'on pourrait utiliser pour que les décomposants Goldbach deviennent les solutions d'une certaine inéquation.

1 *Rappel du cas* 40

On cherche les décomposants de Goldbach du nombre pair $2a$ égal à 40. Ils ne peuvent être congrus à 40 selon un quelconque module premier inférieur à 20 (la moitié de 40) et ils ne peuvent pas être composés.
Dans le tableau de congruence, les restes modulaires identiques à ceux de 40 sont repérés en rouge.

$x\backslash p$	3	5	7	11	13	17	19
3	0	3	3	3	3	3	3
5	2	0	5	5	5	5	5
7	1	2	0	7	7	7	7
9	0	4	2	9	9	9	9
11	2	1	4	0	11	11	11
13	1	3	6	2	0	13	13
15	0	0	1	4	2	15	15
17	2	2	3	6	4	0	17
19	1	4	5	8	6	2	0
40	1	0	5	7	1	6	2

On remarque que 9 n'a aucun reste commun avec 40. Son complémentaire à 40, qui est égal à 31, est donc premier. Par contre, ce n'est pas un décomposant de Goldbach de 40 car il est composé (son reste dans la division par 3 est nul).
Les décomposants de Goldbach de 40 sont bien 3 ($40 = 3 + 37$), 11 ($40 = 11 + 29$), 17 ($40 = 17 + 23$).

2 $Tangente(2\pi x/p)$

Dans le tableau suivant, on met dans les cases d'indice de ligne x et d'indice de colonne p la valeur de $tan(2\pi x/p)$.

$x\backslash p$	3	5	7	11	13	17	19
3	0	0.72	−0.48	−6.95	8.23	2.00	1.53
5	1.73	0	4.38	−0.29	−0.88	−3.51	−12.06
7	−1.73	−0.72	0	1.15	0.24	−0.61	−1.08
9	0	−3.07	−4.38	−2.18	2.63	0.18	−0.16
11	1.73	3.07	0.48	0	−1.44	1.32	0.54
13	−1.73	0.72	−1.25	2.18	2.63	0.18	−0.16
15	0	0	1.25	−1.15	1.44	−0.91	−3.94
17	1.73	−0.72	−0.48	0.29	−2.63	0	−0.77
19	−1.73	−3.07	4.38	6.95	−0.24	0.91	0
40	−1.73	0	4.38	1.15	0.52	−1.32	0.77
4	−1.73	−3.07	0.48	−1.15	−2.63	10.79	3.94
6	0	3.07	−1.25	0.29	−0.24	−1.32	−2.27
8	1.73	0.72	1.25	6.95	0.88	−0.18	−0.54
9.2	0.44	−1.57	−2.33	−1.65	3.67	0.26	−0.09

Dans ce tableau, les cases présentant le même contenu que celles de même colonne pour le nombre 40 sont repérées en rouge.

Cela nous permet d'inventer une fonction sur les réels qui permettrait (peut-être, qui sait ?) de trouver les décomposants de Goldbach.

La condition "ne pas être congru à $2a$ selon tout module inférieur à a" correspond à l'inéquation suivante :

$$\prod_{p=3}^{a} [tan(2\pi x/p) - tan(4\pi a/p))] \neq 0$$

(on pourrait n'effectuer le produit que sur les p premiers impairs inférieurs à a mais on ne sait pas qui sont ces nombres premiers alors qu'on connaît bien les nombres de 1 à a)

La condition "ne pas être un impair composé" correspond à l'inéquation suivante :

$$\prod_{p=3}^{a} [tan(2\pi x/p)] \neq 0$$

La condition "x n'est pas pair" correspond à l'inéquation suivante (on doit ajouter cette condition car si l'on se contente des deux conditions ci-dessus, on "attrape" aussi des pairs dans nos filets). :

$$sin(\pi x + \pi/2) - 1 \neq 0$$

On cumule les trois conditions en la grosse inéquation suivante :

$$\prod_{p=3}^{a} [tan(2\pi x/p) - tan(4\pi a/p)) \times tan(2\pi x/p) \times (sin(\pi x + \pi/2) - 1)] \neq 0$$

Les x entiers qui vérifient cette inéquation sont des décomposants de Goldbach du nombre pair $2a$.

Enfin, le problème, et non des moindres, qui subsiste, est que par cette inéquation, on peut obtenir des solutions non entières (c'est pour illustrer cela que j'ai mis le nombre décimal 9.2 en bas du tableau des tangentes) et qu'il faudrait, similairement à ce qui a été fait pour les trois conditions ci-dessus, trouver une fonction qui ne s'annulerait pas sur les entiers et qui s'annulerait sur tous les autres nombres.
Dans un premier temps, j'ai pensé à la fonction $int(x)$ qui prend la valeur 1 si x est entier et 0 sinon. Mais le problème d'une telle fonction est qu'elle réduirait à néant toutes les propriétés de continuité "fréquente" (à part les quelques points par ci, par là, où elle va vers ∞ ou $-\infty$) de la fonction tangente qui nous semblaient intéressantes à utiliser.
Alors, j'ai cherché sur la toile. Il y a un papier de Bélair qui s'appelle "définissabilité des entiers dans les corps de courbes réels archimédiens". Absolument incompréhensible pour moi...

Ces idées présentent-elles un intérêt ?
Pensez-vous que cette histoire de solutions entières annule toute possibilité de faire quoi que ce soit en suivant cette voie-là ?
Dans le cas où cette histoire de solutions entières serait surmontable par des analystes, croyez-vous qu'on pourrait trouver quelque chose sur le nombre de solutions de l'inéquation qu'on pourrait transférer au nombre de décomposants Goldbach ?