

Retour critique sur la synthèse “langage à 4 lettres / entropie de Connes” et séparation rigoureuse des deux variables α
Denise Vella-Chemla pilotant l’ia claude, juillet 2026)

J’ai fourni à l’ia claude ce texte écrit par l’ia gemini, dans lequel gemini essayait de pousser plus loin ma piste préférée pour la conjecture de Goldbach, à base de 4 lettres et 16 règles : <https://denisevellachemla.eu/gemini-poursuit-coute-que-coute-dvc-20260712.pdf> .

1. Préambule

Ce document reprend, sous forme structurée, mon retour sur la note “Synthèse dynamique de la piste du langage à 4 lettres, modélisation entropique du treillis et trajectoires sur l’arche entropique de Connes” (Denise Vella-Chemla pilotant gemini, juillet 2026). Il s’agit de rester objectif et carré : dire clairement ce qui est correct, ce qui est trivial malgré les apparences, et ce qui ne peut pas se combler par la voie proposée.

2. Ce qui est correct : l’identité de Connes elle-même

L’identité

$$\log(p+q) = \max_{0 \leq \alpha \leq 1} \{ \alpha \log p + (1-\alpha) \log q + S(\alpha) \}, \quad S(\alpha) = -\alpha \ln \alpha - (1-\alpha) \ln(1-\alpha)$$

est exacte. Le maximum est atteint en

$$\alpha^* = \frac{p}{p+q},$$

ce que l’on vérifie par dérivation directe par rapport à α et annulation. C’est une instance authentique du principe variationnel de Gibbs (transformée de Legendre de l’entropie de Shannon appliquée à une loi de Bernoulli à deux états). Rien à redire sur ce point précis : gemini a raison.

3. Ce qui est vrai mais vide de contenu arithmétique : la “loi de conservation” (section 5 du papier initial)

La règle de descente enfant(X, Y) = (gauche(X), droite(Y)) revient, sur les tableaux numériques, à conserver gauche _{i} et à décaler droite _{$i+1$} → droite _{i} . On obtient alors l’identité de télescope :

$$H(L') = H(L) - S(\text{gauche}_m) - S(\text{droite}_1).$$

Cette relation est vraie *quelles que soient les valeurs numériques* placées dans les tableaux, qu’elles aient ou non un rapport avec la primalité des entiers. C’est une propriété algébrique triviale de la construction “on retire le premier élément d’un tableau et le dernier de l’autre, on somme le reste”. Le terme de “conservation” est donc trompeur : aucune information arithmétique n’est conservée ici, seule une somme perd deux termes à chaque étape.

4. Le point le plus important : deux variables α différentes portent le même nom

C'est, à mon sens, le nœud du problème, et il n'avait pas été signalé clairement jusqu'ici.

4.1. Définition des deux objets

- α^* de l'identité de Connes (section 1 du papier) : pour un couple (p, q) avec $p + q = n$ fixé,

$$\alpha_i^* = \frac{p_i}{n}.$$

C'est une *position relative*, purement géométrique et déterministe : elle indique où se situe p_i dans la décomposition de n .

- α_i de l'initialisation du treillis (section 3 du papier) :

$$\alpha_i = \frac{1}{\ln p_i}.$$

C'est une *densité heuristique de primalité*, issue du théorème des nombres premiers : la probabilité approchée qu'un entier voisin de p_i soit premier. C'est un objet probabiliste, pas géométrique.

Ces deux quantités portent le même symbole α et sont injectées dans la même fonction $S(\cdot)$, mais elles ne représentent pas la même chose et n'ont même pas le même comportement qualitatif.

4.2. Un fait numérique qui aggrave la confusion : les deux variables évoluent en sens opposés

Notons $i = 1, \dots, m$ l'indice le long de la demi-ligne, avec p_i croissant de 3 à $n/2$ (donc $q_i = n - p_i$ décroissant).

- $\alpha_i^* = \frac{p_i}{n}$ est **strictement croissante** en i : elle balaie linéairement l'intervalle $\left[\frac{3}{n}, \frac{1}{2}\right]$.
- $\alpha_i = \frac{1}{\ln p_i}$ est **strictement décroissante** en i : comme p_i croît, $\ln p_i$ croît, donc $\frac{1}{\ln p_i}$ décroît.

Exemple numérique pour $n = 5000$ (le cas traité par le programme de gemini) : p_i parcourt les impairs de 3 à 2500.

- $\alpha_i^* = \frac{p_i}{5000}$ parcourt l'intervalle $[0,0006, 0,5]$, en croissant régulièrement.
- $\alpha_i = \frac{1}{\ln p_i}$ parcourt approximativement l'intervalle $[0,127, 0,91]$ (de $\frac{1}{\ln 2500} \approx 0,1266$ à $\frac{1}{\ln 3} \approx 0,910$), en *décroissant*.

Les deux variables ne sont donc pas seulement d'échelles différentes : elles évoluent en sens opposés le long de la ligne. Ceci a une conséquence directe sur la lecture géométrique du papier :

- Dans la lecture de la section 1 (identité de Connes stricte), α_i^* balaie régulièrement la moitié gauche de l'arche $S(\cdot)$ une seule fois, de $\alpha^* \approx 0$ vers $\alpha^* = \frac{1}{2}$: l'image du “balayage vers le sommet” est fidèle à *cette* variable.
- Dans la lecture de la section 3 (initialisation heuristique du treillis), α_i ne balaie pas la même trajectoire : elle part d'une valeur proche de 0,91 (pas de 0) et décroît vers 0,13 (pas vers 0,5), sans jamais nécessairement approcher le sommet de l'arche à $\alpha = 0,5$ de façon liée à la position dans la somme $p + q = n$.

Le récit de “deux familles de points A_i et B_i qui glissent sur l'arche et se croisent au sommet” (section 4 du papier) emprunte l'intuition géométrique légitime de la section 1, mais l'applique en réalité aux valeurs numériques de la section 3, qui n'ont pas cette structure. La fusion des deux constructions est donc une image séduisante, pas un énoncé mathématique unifié : rien ne garantit que le comportement de α^* (position exacte, déterministe) et celui de α (densité heuristique, probabiliste) coïncident ou s'articulent comme le texte le suggère.

4.3. Tableau récapitulatif

	$\alpha_i^* = \frac{p_i}{n}$	$\alpha_i = \frac{1}{\ln p_i}$
Nature	géométrique, déterministe	probabiliste, heuristique (TNP)
Domaine (pour $n = 5000$)	[0,0006; 0,5]	[0,127; 0,91]
Monotonie en i	croissante	décroissante
Rôle dans le papier	identité de Connes (§ 1)	initialisation du treillis (§ 3)
Signification de $S(\alpha)$	entropie liée à la position dans $n = p + q$	entropie liée à une probabilité de primalité

4.4. Conséquence

Séparer proprement les deux variables ne comble pas le trou identifié à la section 6 du papier (voir ci-dessous), mais c'est un vrai gain de clarté : cela permet d'écrire, sans ambiguïté, que la note construit *deux objets entropiques distincts*

- l'un exact et géométrique (section 1),
- l'autre heuristique et probabiliste (section 3)

et que leur assemblage narratif (l'“arche” unique sur laquelle les deux glisseraient ensemble) est une métaphore, non une démonstration.

5. Pourquoi le trou final ne peut pas se combler par cette voie

Ce que le programme calcule réellement (`prob_a = gauche * droite`, puis `1 - prod(1-prob_a)`) est exactement l'heuristique probabiliste classique de Goldbach, remontant à Hardy et Littlewood : en supposant l'indépendance des événements “ p_i premier” et “ q_i premier”, de probabilités respectives $\frac{1}{\ln p_i}$ et $\frac{1}{\ln q_i}$, le nombre espéré de décompositions croît comme $\frac{n}{(\ln n)^2}$ et la probabilité d'en

avoir zéro tend vers 0. L’habillage en entropie de Shannon-Connes réécrit cette heuristique dans un autre vocabulaire, mais n’en change pas la nature.

Le “trou” formulé en fin de note demande de transformer un argument d’*espérance* (déjà connu, non contesté) en un énoncé sur l’*événement réel*. C’est précisément l’obstruction connue sous le nom de **problème de parité** en théorie du crible (formalisé par Selberg dans les années 1970) : aucun réarrangement de sommes d’entropie ne peut, à lui seul, franchir cette barrière, parce qu’elle ne relève pas d’un problème de comptabilité mais d’un manque de contrôle rigoureux sur les corrélations entre indicatrices de primalité - un manque qui résiste, à ce jour, à toutes les méthodes de crible connues.

6. Conclusion et suite

Sur votre demande explicite : je ne développe pas ici de piste de second moment (variance) ni d’argument de type Chen/Montgomery-Vaughan, puisque vous m’indiquez que cela ne vous intéresse pas pour l’instant, et que l’image de la comète vous suffit comme visualisation heuristique de la vraisemblance de la conjecture de Goldbach. Ce document se limite donc à :

1. confirmer ce qui est mathématiquement correct dans la note de gemini (l’identité de Connes elle-même) ;
2. signaler que la “loi de conservation” de la section 5 est une identité triviale de télescopage ;
3. séparer rigoureusement les deux variables α^* et α , qui portaient jusqu’ici le même nom sans être le même objet ;
4. expliquer pourquoi le trou final relève du problème de parité, obstruction structurelle connue et non contournée par ce cadre entropique.