

Conclusion : où, submergée, on abandonne totalement tout libre-arbitre face au bilan critique des douze pistes et où l'on demande à l'ia une recommandation sur la piste qu'il faudrait poursuivre en priorité si une seule piste devait l'être
Denise Vella-Chemla pilotant l'ia Claude, juillet 2026

J'ai transmis à l'ia Claude ces documents, qui m'ont semblé les 16 documents les plus intéressants sur 97 documents produits depuis le 15 juin (jour de début de mon travail avec les ia mistral, Gemini et Claude) :

- <https://denisevellachemla.eu/compar-congr-HL-dvc.pdf> ;
- <https://denisevellachemla.eu/dimension-Castafiore-claude-dvc.pdf> ;
- <https://denisevellachemla.eu/entropie-analyse-bibliographique-Connes-Kontsevich-log-un-et-demi-claude-dvc.pdf> ;
- <https://denisevellachemla.eu/entropie-Connes-Goldbach-panier-marseille-claude-jade-dvc.pdf> ;
- <https://denisevellachemla.eu/mistral-preuve-6x-dvc.pdf> ;
- <https://denisevellachemla.eu/p10-treillis-lattice-claude-dvc-20260708.pdf> ;
- <https://denisevellachemla.eu/p10-triminos-gemini-dvc-20260709.pdf> ;
- <https://denisevellachemla.eu/piste-crible-Legendre-Goldbach-analyse-claude-dvc.pdf> ;
- <https://denisevellachemla.eu/primomagic-claude-dvc.pdf> ;
- <https://denisevellachemla.eu/primomagic-jumeaux.pdf> ;
- <https://denisevellachemla.eu/v0-demonstration-mistral-dvc-20260710.pdf> ;
- <https://denisevellachemla.eu/v5-p15-vanderpol-claude-dvc-20260710.pdf> ;
- <https://denisevellachemla.eu/analyse-critique-preuves-mistral-goldbach-gemini-dvc.pdf> ;
- <https://denisevellachemla.eu/analyse-critique-preuves-mistral-goldbach-gemini-dvc.pdf> ;
- <https://denisevellachemla.eu/preuve-fausse-selon-claude-et-gemini-mistral-preuve-6x-dvc.pdf> ;
- <https://denisevellachemla.eu/corr-transc-conjecture-de-Goldbach-unites-dvc.pdf> ;

1. Objet de la note

Vous m'avez demandé de relire l'ensemble des documents que vous m'avez transmis et de désigner, honnêtement, une seule piste à privilégier si vous deviez n'en poursuivre qu'une. Je le fais ici sans détour. La réponse courte d'abord : **la piste du crible de Legendre reconnecté à votre série singulière $S(n)$ et à votre théorème de l'héritage** (document *crible-Legendre-Goldbach-analyse*, complété par le document *compar-congr-HL*) est celle qui me semble la plus solide et la plus féconde à développer davantage - non parce qu'elle promet de trancher la conjecture (aucune des douze pistes ne le peut, et je le redis clairement plus bas), mais parce que c'est la seule qui relie, par des égalités *démontrées* et non approchées, plusieurs de vos constructions indépendantes à un objet classique et central de la théorie analytique des nombres, tout en localisant avec précision, dans votre propre formalisme, l'endroit exact où le crible s'arrête.

2. Grille de lecture commune à toutes les pistes

Reprenant le cadre que nous avons appliqué systématiquement à votre corpus, chaque piste a été notée selon quatre critères : (1) les calculs sont-ils vérifiés indépendamment ? (2) le résultat est-il une reformulation fidèle (donc aussi difficile que Goldbach), un résultat réel mais périphérique, ou une preuve fautive ? (3) l'obstruction de parité est-elle identifiée avec précision ou contournée par un argument non fondé ? (4) la piste ouvre-t-elle un travail mathématique supplémentaire honnête, ou est-elle close ?

Piste	Statut	Verdict
Densité $\delta(n, B) =$ série singulière $S(n)$ de Hardy-Littlewood	Identité exacte prouvée terme à terme ; confirmation de cohérence, pas un résultat nouveau en soi	Solide, mais fermée
Dimension de l'ensemble de la Castafiore	Calcul rigoureux (dim = 1) ; corrige un bug numérique de mistral-vibe ; sans lien démontré avec Goldbach	Solide, hors-sujet Goldbach
Entropie Connes/Kontsevich (bibliographie)	Généalogie réelle ; piste Kontsevich non résolue, honnêtement présentée comme telle	Ouverte mais spéculative
Identité de Connes (+, \times , max) appliquée à Goldbach	Reformulation exacte, aussi difficile que l'original ; aveugle à la phase	Reformulation fidèle, fermée
"Preuve" mistral $6x, 6x + 2, 6x + 4$	Circularité + minoration de crible existante	Fausse
Treillis à 16 règles (bande rectangulaire, non-périodicité)	Preuve de non-périodicité solide ; bijection sans perte d'information avec la primalité, donc aucun raccourci	Solide, mais explicitement sans portée sur Goldbach
Triminos / pavages de Wang (gemini)	Affirme forcer le croisement des $\alpha = 0, \beta = 0$; argument non redémontré rigoureusement ici, à traiter avec prudence	Douteuse, à vérifier
Crible "papillons et sapins" = crible de Legendre, lien avec $S(n)$ et l'héritage	Équivalence exacte à $O(\pi(y))$ près avec le crible de Legendre ; reconnecte trois de vos constructions ; obstruction localisée mécaniquement dans votre propre $\chi(x)$	La plus solide et la plus féconde
Points fixes des primorielles / jumeaux / diagonale de Cantor	Décompte exact corrigé ; tentative de preuve à la Cantor rigoureusement invalidée (aboutit dans $\hat{\mathbb{Z}}$, pas \mathbb{N})	Instructive, mais close (négative)
Primomagic (jumeaux, dualité idempotents)	Explication correcte du phénomène 2017 ; dualité avec jumeaux réelle mais non exploitable	Solide, fermée
"Preuve" mistral : Goldbach \Leftrightarrow toute ligne contient un a	Argument de descente contenant un pas non justifié (l'invariant cité ne prouve pas ce qui est affirmé)	Suspecte / probablement fausse
Van der Pol / zéros de ζ (piste distincte, non-Goldbach)	Simplification exacte et vérifiée : $\zeta(\frac{1}{2} + it) \approx (\frac{1}{2} + it)(a(t) + ib(t))$, valeur absolue éliminée	Solide, mais autre sujet (zêta, pas Goldbach)
Unités modulaires (Gauss, λ de Carmichael)	Condition nécessaire mais non suffisante ; patch numérique invalidé par contre-exemple ; Chebotarev inapplicable	Solide diagnostic, piste fermée

3. Pourquoi le crible de Legendre reconnecté à $S(n)$ et à l'héritage

3.1. Ce qui est rigoureusement établi

Proposition 1 (Équivalence, redémontrée précédemment). *Votre construction “papillons et sapins” (élimination de x dès que $x \equiv 0$ ou $x \equiv n \pmod{r}$), pour r parcourant les entiers de 3 à \sqrt{n} est, à un terme de bord $O(\pi(\sqrt{n}))$ près, exactement le crible de Legendre appliqué à Goldbach.*

Ceci n'est pas une reformulation vague : c'est une identité prouvée à partir de l'inclusion-exclusion de Möbius et du théorème des restes chinois, avec un terme d'erreur explicite. Contrairement à la formule factorielle proposée ailleurs pour habiller le même phénomène (rustine numérique sans fondement dans la littérature du crible), le calcul mené ici retombe directement sur le développement eulérien classique et fait apparaître, sans artifice, exactement votre série singulière déjà identifiée dans le document sur la densité de Vella-Chemla :

$$\text{Principal}(n) \sim 4 C_2 e^{-2\gamma} S(n) \frac{n}{(\ln n)^2}.$$

C'est le point qui me semble le plus important : **deux pistes développées séparément (la densité combinatoire $\delta(n, B)$ d'un côté, le crible géométrique “papillons et sapins” de l'autre) convergent vers le même objet $S(n)$** , chacune par une voie de calcul indépendante. Ce n'est pas une coïncidence de façade : c'est le signe que vous avez, par deux chemins élémentaires distincts, retrouvé de façon autonome la constante de Hardy-Littlewood - un résultat de cohérence interne rare et qui mérite d'être écrit explicitement comme un théorème unique, plutôt que de rester dispersé dans deux notes.

3.2. Ce que cette piste apporte de plus que les autres

- elle rattache votre travail, par une preuve et non par analogie, aux résultats inconditionnels réels et connus (Legendre, Brun, Selberg, Chen), ce qui permet de savoir précisément ce qu'un raffinement de votre construction pourrait, au mieux, atteindre : une majoration $g(n) \leq C \cdot S(n) \cdot n/(\ln n)^2$ (Selberg), jamais une minoration inconditionnelle positive par crible pur seul.
- elle localise l'obstruction de parité *mécaniquement dans votre propre notation* : votre indicatrice $\chi(x)$ ne dépend que des restes de x modulo les $p \leq \sqrt{n}$, ce qui la rend structurellement incapable de distinguer un nombre premier d'un entier ayant un nombre pair de facteurs premiers avec les mêmes restes. Ce n'est plus une formule qu'on invoque de l'extérieur : c'est un fait démontré sur votre construction précise.
- elle laisse un vrai travail ouvert et honnête, pas une impasse : écrire explicitement le dictionnaire complet entre $\delta(n, B)$ (densité de Vella-Chemla), le terme principal du crible “papillons et sapins”, et $S(n)$ de Hardy-Littlewood, dans un document unique et définitif, avec la correction de bord traitée proprement plutôt que laissée en $O(\pi(y))$.

3.3. Ce que je ne recommande pas, et pourquoi

- Le treillis à 16 règles est un objet propre (bande rectangulaire correctement classifiée, non-périodicité prouvée), mais l'argument de la section 7 de ce document même établit qu'il s'agit

d'une bijection sans perte ni gain d'information par rapport à la primalité : aucun raffinement combinatoire de ce codage ne peut, par construction, apporter plus que ce qu'il encode déjà. C'est une voie honnêtement close.

- les deux “preuves” de mistral ($6x, 6x + 2, 6x + 4$, et l'équivalence treillis \Leftrightarrow “toute ligne contient un a ”) contiennent chacune un pas non justifié (minoration de crible inexistante dans le premier cas, citation d'un invariant qui ne prouve pas ce qu'affirme le texte dans le second). Elles ne sont pas des points de départ sûrs.
- l'argument diagonal “à la Cantor” pour les jumeaux, remarquablement travaillé, est rigoureusement invalidé : il produit un objet de $\widehat{\mathbb{Z}}$ (les entiers profinis), non de \mathbb{N} . C'est un résultat honnête (et élégant) sur $\widehat{\mathbb{Z}}$, mais une voie fermée pour les jumeaux.
- l'identité de Connes et le treillis de Kontsevich restent, chacun à sa manière, des reformulations exactes ou des pistes ouvertes mais non instrumentées : aucune ne fait, à ce stade, mieux que ce que fait déjà le crible reconnecté à $S(n)$.
- la piste van der Pol (zéros de ζ) est un travail solide et distinct, mais elle ne porte pas sur Goldbach ; je ne la compare donc pas directement aux autres dans ce classement, même si elle mérite d'être poursuivie pour elle-même.

4. Ce que je recommande concrètement

1. Rédiger un document unique et définitif établissant, dans le même formalisme, les trois égalités : $\delta(n, B) \leftrightarrow S(n)$ (déjà fait), crible “papillons et sapins” \leftrightarrow crible de Legendre (déjà fait), et le raccord explicite entre les deux constantes obtenues, avec la correction de bord $O(\pi(\sqrt{n}))$ traitée complètement plutôt que laissée en esquisse.
2. Ne pas chercher à *contourner* l'obstruction de parité par cette voie : elle est démontrée, pas contournable par un crible pur, quelle que soit sa sophistication. Le travail honnête restant est de bien caractériser la borne supérieure de Selberg obtenue et de la comparer numériquement à vos propres calculs de $g(n)$.
3. Si vous souhaitez, au-delà du crible, une direction qui *pourrait* un jour voir au-delà de la parité, la piste Kontsevich (H_p , logarithme “un et demi”) reste la plus originale de tout le corpus, mais elle est aujourd'hui une question ouverte, pas un résultat : je ne la recommande pas comme priorité *unique*, seulement comme piste secondaire de curiosité mathématique.

5. Conclusion

Aucune des douze pistes ne lève, ni ne pourrait lever telle quelle, l'obstruction de parité de Selberg : ce n'est pas un jugement sur votre travail, c'est la nature du problème lui-même, retrouvée douze fois sous des habits différents. Si une seule piste devait être poursuivie, je recommande celle du **crible de Legendre reconnecté à votre série singulière $S(n)$ et à votre théorème de l'héritage** : c'est la seule qui unifie, par des preuves complètes et non par analogie, plusieurs résultats déjà obtenus séparément, qui localise l'obstruction avec une précision mécanique dans votre propre notation, et qui laisse un travail de rédaction fini et honnête plutôt qu'une impasse.