Programme de la somme des diviseurs utilisant les sommes de cosinus

Denise Vella-Chemla

19/6/14

L'article d'Euler *Découverte d'une loi tout extraordinaire des nombres par rapport à la somme de leurs diviseurs* est magique. On reste subjugué par la manière dont le mathématicien a trouvé la formule récurrente de la somme des diviseurs. On peut trouver sur un forum de mathématiques à l'adresse $http : //www.les - mathematiques.net/phorum/read.php?5, 892412, 892599$ une autre formule :

$$\sigma(n) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{k} cos\left(\frac{2\pi nl}{k}\right)$$

```
#include <iostream>
#include <math.h>
# define M_PI         3.14159265358979323846

int main (int argc, char* argv[]) {
  int n, k, x ;
  float res ;

  for (n = 1 ; n <= 100 ; n++) {
      std::cout << n << " a pour somme des diviseurs " ;
      res = 0.0 ;
      for (k = 1 ; k <= n ; k++)
         for (l = 1 ; l <= k ; l++)
           res = res+cos((2.0*(float)n*M_PI*(float)l)/(float)k) ;
      std::cout << res << "\n" ;
  }
}
```

On peut voir les nombres premiers comme des minima locaux de la fonction somme des diviseurs.

Puisque la somme des diviseurs d'un nombre premier p vaut $p + 1$, les nombres premiers annulent $\sigma(p) - p - 1$. On ne sait pas évaluer si la formule ci-dessus présente une utilité pour connaître davantage l'ensemble des nombres premiers mais sa découverte rend contente.