Cherche maille de taille 4 pour le tissage (DV, 30/9/2015)

Dans la note *maillage.pdf*, on a rappelé les règles de réécriture qu'on a utilisées pour une modélisation des décompositions de Goldbach. Ces règles sont en fait autant d'instances différentes d'une seule et même règle qui associe à deux doublons de booléens un troisième doublon dont les coordonnées sont la première coordonnée du premier doublon et la seconde coordonnée du second doublon. On peut coder ces règles en utilisant des matrices 2×2 de la façon suivante :

- On code le premier doublon par une matrice $M1 = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$;
- On code le second doublon par une matrice $M2 = \begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}$;

On est ennuyé parce que le choix effectué dans notre note précédente fait intervenir des matrices rectangulaires plutôt que carrées et que l'ensemble des matrices manque "d'homogénéité".

On fixe les éléments de vocabulaire ci-dessous :

- On appelle matrice "génitrice-gauche" une matrice de taille 4 de la forme suivante $\begin{pmatrix} M1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- On appelle matrice "génitrice-droite" une matrice de taille 4 de la forme suivante $\begin{pmatrix} 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Il faudra trouver un opérateur (noté $\circ$ par exemple) qui à partir d'une matrice génitrice-gauche et d'une matrice génitrice-droite permet d'obtenir une matrice fille de la forme

$$\begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{pmatrix}.$$

On a aussi besoin de 2 autres opérateurs :

- l'un qui fait passer une sous-matrice de la position de génitrice-gauche à la position de génitrice-droite, de la façon suivante : $\begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$;
- l'autre qui fait passer une sous-matrice de la position de fille à la position de génitrice-gauche de la façon suivante : $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.